PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 16. 15. August 1911. Redaktionsschluß für No. 17 am 10. August 1911. 12. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

H. Rohmann, Über Stoßerregung bei zahlreichen Partialentladungen. S. 649.

K. Rottgardt, Über Entstehung und Vermeidung von Lichtbögen bei Verwendung von Resonanztransformatoren. S. 652.

W. Steinhaus, Über die Angaben von Hitzdrahtinstrumenten bei schnellen Schwingungen. S. 657.

L. Natanson, Über die statistische Theorie der Strahlung. S. 659.

M. Reinganum, Ionenbeweglichkeit in Gasen. II. S. 666.

F. Rother, Der Elektrizitätsübergang bei sehr kleinen Kontaktabständen. S. 671.

W. H. Julius, Die Linien *H* und *K* im Spektrum der verschiedenen Teile der Sonnenscheibe. S. 674.

Vorträge und Reden:

M. Planck, Energie und Temperatur. S. 681.

Tagesereignisse. S. 688.

Personalien. S. 688.

Gesuche. S. 688.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über Stoßerregung bei zahlreichen Partialentladungen.

Von H. Rohmann.

Wenn man Hertzsche Wellen erzeugt in der Blondlotschen oder in ähnlichen Anordnungen, bei denen enge Koppelung zwischen Primär- und Sekundärsystem besteht, dann ist die Wellenlänge im Sekundärsystem im wesentlichen durch dessen Eigenschwingung bestimmt. (Siehe 2. Bsp. P. Drude, Wied. Ann. **55**, 633, 1895, von den neueren Arbeiten A. R. Colley, diese Zeitschr. **10**, 329, 1909.) Man würde vermuten, daß dabei Stoßerregung eintritt. Diese unterscheidet sich jedoch von der bei langen Wellen von M. Wien gefundenen dadurch, daß sie auch bei größeren Verstimmungen eintritt, und von der Koppelung fast unabhängig ist. Dafür werden hier andere, fürs erste nicht recht verständliche Bedingungen angegeben. So soll meist[1]) ein Induktorium bestimmter kleiner Schlagweite, bei dem der Unterbrecher einreguliert wird, oder ein Teslatransformator von bestimmten Dimensionen benutzt werden, und schließlich muß die Funkenlänge eingestellt werden[2]).

Zur Aufklärung der Verhältnisse scheinen mir die folgenden Beobachtungen beitragen zu können.

Ein kleiner Kondensatorkreis von 60 cm Wellenlänge wurde erregt durch einen Induktor von 30 cm Schlagweite mit Quecksilberunterbrecher. Die Funkenstrecke war aus Silberdraht von 3 mm Durchmesser, bis 1 mm lang und befand sich unter Petroleum oder Xylol. Wenn der Primärstrom des Induktors klein war, so daß nur wenige Partialfunken pro Unterbrechung auftraten, erhielt man in einem eng induktiv mit dem ersten gekoppelten Kreise die beiden Koppelschwingungen, wie das nach Analogie mit langen Wellen zu erwarten war. Dieselben wurden nachgewiesen durch ein lose gekoppeltes Lechersches Drahtsystem oder einen variablen Kondensatorkreis. Wenn nun der Primärstrom des Induktors verstärkt wurde, während sonst alles unverändert blieb, verschwanden die Koppelschwingungen, und es trat dafür eine einzige, schwächer gedämpfte Schwingung mit beträchtlicher Intensität auf: die Eigenschwingung des Sekundärkreises, soweit man beobachten konnte.

Die weitere Untersuchung dieser durch bloße Verstärkung des Primärstromes erzielten Stoßerregung nahm ich an längeren Wellen vor, bei denen die Messungen bequemer und genauer sind.

Da es offenbar auf eine hohe Zahl von Partialfunken ankommt, wurden die Kondensatorkreise durch einen Wechselstromtransformator erregt $(^{120}/_{25000}$ Volt, 50 Perioden/sec für 5 Kilowatt Leistung).

Mit diesem gelang es leicht, die bei kleinen Wellen beobachtete Erscheinung auch bei Wellenlängen bis 3000 m hervorzurufen. Die Funken sprangen dabei in Luft über, bei den großen Energiemengen zersetzt sich ein Petroleumbad zu schnell.

Die Funkenstrecke war aus Drähten (4 bis

1) P. Drude, Wied. Ann. **58**, 1, 1896; P. Drude, Wied. Ann. **60**, 17, 1897; E. Marx, Wied. Ann. **66**, 411, 1898; und viele andere.

2) G. Mie, diese Zeitschr. **11**, 1035, 1910, beschreibt eine Anordnung für Stoßerregung, bei der nicht induktive, sondern eine eigentümliche Koppelung durch die Funkenstrecke benutzt wird. Im Prinzip kommt es wohl auf dieselben Eigenschaften des Funkens wie bei induktiver Koppelung an.

5 mm Durchmesser) verschiedener Metalle gebildet. Durch Nachregulieren wurde der infolge der Erhitzung sich änderndé Abstand konstant gehalten. Zum Teil wurden auch Spitzen, Kugeln, oder Plattenfunkenstrecken gebraucht. Die Form der Elektroden ändert qualitativ nichts. Spitzen sind am günstigsten, doch brennen sie zu schnell ab. Die Funkenlänge wurde zwischen 0,1 und 3 mm variiert, eine größere Funkenlänge erfordert größere Stromstärke.

Beobachtet wurde an einer Anzahl verschieden dimensionierter Kreise von verschiedener Wellenlänge und verschiedenen Verhältnissen zwischen Selbstinduktion und Kapazität. Auch das ist qualitativ von geringem Einfluß.

Immer trat bei genügend hoher Stromstärke und ziemlich fester Koppelung Stoßerregung auf. Der Unterschied gegen Stoßerregung bei geringer Partialfunkenzahl (schwachem Strom, wie sie von Wien beschrieben wurde) läßt sich etwa so präzisieren: Die letztere erfordert eine ziemlich genaue Einregulierung der Koppelung[1]) oder eine entsprechende Verstimmung des Sekundärkreises. Außerhalb der richtigen Koppelung ist die Stoßerregung schlecht oder nicht vorhanden. Bei großer Funkenzahl (starkem Strom) tritt sie dagegen gerade gut auf bei Koppelungen, die für die erste schon zu eng sind, außerdem kommt es gar nicht auf genauere Einstimmung an.

Diejenigen Kreise, für die ich hier einige Messungen angeben möchte, waren wie folgt zusammengesetzt.

Primärkreis: 1 Leidener Flasche (ca. 2000 cm), 1 Spule von ca. 30000 cm,

Sekundärkreis: 1 variabler Ölkondensator, 1 Spule von ca. 15000 cm.

Das Dekrement dieses Kreises sowie des später angeführten Meßkreises betrug etwa je 0,05.

Der Koppelungskoeffizient betrug etwa 0,2[2]). Bei dieser Koppelung war es unmöglich, die Wiensche Stoßerregung hervorzurufen. Für diese war vielmehr ein Koppelungskoeffizient 0,11 günstig.

Fig. 1 gibt nun Resonanzkurven des Sekundärkreises, der auf den Primärkreis abgestimmt war, für Silber als Plattenfunkenstrecke, 0,5 mm Funkenlänge.

1a bei kleiner Stromstärke (1 A. Primärstrom des Transformators), wo die Zahl der Funken etwa 3 bis 4 pro Periode betrug. Die beiden Koppelschwingungen sind allein vorhanden.

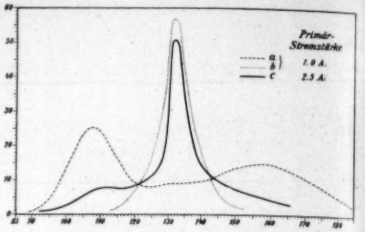

Fig. 1.

1b ist eine bei loserer Koppelung, ca. 0,11, und der gleichen Stromstärke erhaltene Resonanzkurve für Wiensche Stoßerregung.

1c gibt die durch Steigerung der Stromstärke auf 2,5 A. bei der festen Koppelung erhaltene Kurve. Man sieht, daß fast Einwelligkeit vorhanden ist, doch bleibt ein Rest der Koppelschwingungen bemerkbar.

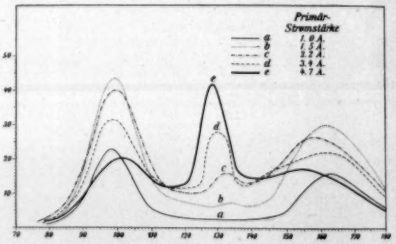

Fig. 2.

Fig. 2 gibt entsprechende Kurven für Magnesiumelektroden, 0,5 Funkenlänge. Es bleibt selbst bei der größten Stromstärke ein beträchtlicher Rest der Koppelschwingungen. Durch weiteres Verstärken des Stromes konnten diese nicht weggeschafft werden, es bildet sich ein Lichtbogen, der nur noch schwache Schwingungen erzeugt. [Ähnliches tritt auch bei den anderen Metallen auf, wenn auch in geringerem Maße.]

Auffallend ist die Verschiebung des mittleren Maximums mit wachsender Stromstärke, die bei den anderen Metallen in geringerem Maße konstatiert wurde. (Der Abstimmung entspricht die Stellung des Kondensators des Meßkreises bei 130°.) Falls dieselbe nicht bloß vorgetäuscht wird durch das gleichzeitige Vorhandensein von Eigen- und Koppelschwingungen und die Über-

1) Siehe H. Riegger, Straßburger Diss. 1911, außerdem Jahrb. d. drahtl. Telegr. 1911, wo gezeigt ist, daß es bei kürzeren Funkenlängen (0,1 bis 1 mm etwa) mehrere günstige Koppelungen gibt.

2) Dieser Koppelungskoeffizient war der größte, der mit den hier verwandten Spulen zu erreichen war; bei anderen Anordnungen konnte er größer gemacht werden. Bei Koppelungen über etwa 0,5 wurde meist die Stoßerregung unmöglich.

lagerung der Resonanzkurven, ist sie wohl eine Folge der hohen Funkenzahl, die wieder eine Art Rückwirkung erlaubt.

Bei Magnesium gelang es mit dem rotierenden Spiegel, die Funken zu photographieren. Durch einen Momentverschluß war dafür gesorgt, daß nicht die Bilder von verschiedenen Umdrehungen sich überlagerten.

Der Spiegel lief nicht schnell genug, um die einzelnen Schwingungen aufzulösen; die Absätze, die man auf den, etwa der Stromstärke von Fig. 2b entsprechenden Aufnahmen I sieht, sind die Schwebungen. (Die Schwingungsdauer war $1{,}6 \cdot 10^{-6}$ sec, für die Dauer einer Schwebung hat man etwa $0{,}8 \cdot 10^{-5}$ sec.

Die Aufnahmen II geben ein Bild für die der Fig. 2e entsprechende Stromstärke. Man sieht einzelne rasch aufeinanderfolgende Entladungen, jede etwa von der Länge einer Schwebung, also charakteristisch für Stoßerregung. Diese Bilder sind allerdings so lichtschwach, daß ich sie zur Reproduktion retuschieren mußte. Betrachtet man sie auf der Mattscheibe, so sieht man, daß sie nicht nur bedeutend lichtschwächer sind als die gewöhnlichen Funken, sondern auch eine andere Farbe haben, blaßrötlich sind[1]). Auch der direkt beobachtete Funke wird bei größerer Stromstärke lichtschwächer.

Im übrigen sind die Aufnahmen II als typisch aus einer größeren Anzahl ausgesucht. Bei anderen Platten tritt mitunter zwischen den Stoßentladungen ein Funke vom gewöhnlichen Aussehen auf, siehe auch Aufnahme III, Kadmiumelektrode von 2 mm Funkenlänge.

Dieses gelegentliche Aussetzen der Stoßwirkung verursacht wohl mit das Auftreten der Koppelschwingungen. Außerdem ist jedesmal am Anfang und Ende einer Halbperiode des zur Erregung benutzten Wechselstroms der Strom klein und also auch die Partialfunkenzahl, so daß man dann auch Koppelschwingungen bekommt.

Der Sekundärkreis wird nun bei vielen Partialfunken auch dann noch stark zu seiner Eigenschwingung erregt, wenn er gegen den Primärkreis verstimmt ist.

Fig. 3b zeigt dies für Magnesium (0,5 mm Funkenlänge) und für eine Verstimmung um ca. 16 Proz., Fig. 3a ist dagegen die bei kleinem Strom aufgenommene Resonanzkurve. Außerdem sind die Spitzen der Eigenschwingungen bei einigen anderen Verstimmungen eingezeichnet (Abstimmung bei 131°).

1) Die Wiensche Stoßerregung gibt dagegen Funken, die ungefähr ebenso lichtstark sind wie die Aufnahmen I.

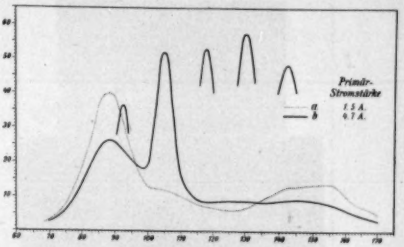

Fig. 3.

Nimmt man Resonanzkurven des Primärkreises für sich, ohne den gekoppelten Sekundärkreis, auf, so ergibt sich eine starke Zunahme der Dämpfung mit wachsender Stromstärke. Fig. 4a und b bei Magnesiumfunken (0,5 mm).

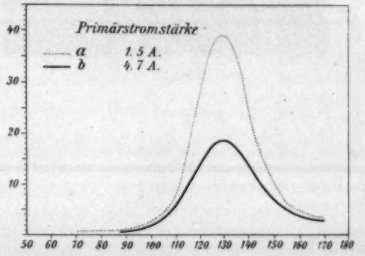

Fig. 4.

Entsprechendes zeigen die Aufnahmen des Funkens IV u. V.

Ich habe hier im wesentlichen Messungen bei Magnesiumelektroden angeführt, da dabei die Ausschläge des Galvanometers ziemlich ruhig sind, und da dies Metall sich zur Photographie gut eignet. Es ist auch deshalb interessant, weil M. Wien[1]) nachgewiesen hat, daß es (bei langsamer Funkenfolge) keine Veränderung der Wellenlänge hervorbringt, was auf einen konstanten Funkenwiderstand schließen läßt; bei kleiner Stromstärke ist z. B. auch kaum Stoßerregung mit Magnesium zu erzielen.

Von anderen Metallen wurden noch Kupfer, Zink, Blei, Kadmium, Aluminium, Nickel, Eisen und Messing untersucht, außerdem Kohle. Alle zeigen, wie erwähnt, mit bloß quantitativen Unterschieden dasselbe Verhalten: wenn man

1) M. Wien, diese Zeitschr. 11, 282, 1910.

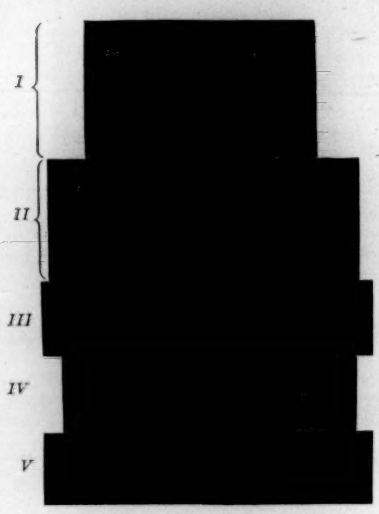

Fig. 5.

die Stromstärke genügend steigert, tritt die Stoßerregung auf[1]).

Als Erklärung dafür könnte man folgendes anführen: Wenn infolge der rasch aufeinanderfolgenden Entladungen die Luft zwischen den Elektroden stark ionisiert ist, setzt die neue Entladung bei niedrigem Potential ein, und es wird wenig Metalldampf erzeugt, wie aus der Lichtschwäche der Stoßentladungen hervorzugehen scheint. Nun wird die ionisierte Luft, die jetzt den Stromdurchgang vermittelt, ihre Leitfähigkeit weniger lang beibehalten, als der Metalldampf, da ihre Ionen leichter und beweglicher sind.

Eine Stütze für diese Ansicht kann der folgende Versuch bilden. Wenn man bei schwachem Strom, wo zwei Schwingungen auftreten, einen Bunsenbrenner unter die Funkenstrecke (oder weniger wirksam) eine Bogenlampe in die Nähe bringt, tritt Stoßerregung ein; der Funke gewinnt ein ganz ähnliches Aussehen wie bei starkem Strom.

Allerdings ist die Sache komplizierter. Stellt man nämlich die Koppelung so ein, daß Wiensche Stoßerregung vorhanden ist, dann verringert die Bunsenflamme den Stromeffekt im Meßkreis. Man wird sich das etwa so vorstellen, daß die Zeit, in der die Funkenstrecke stromlos ist, dann gerade genügt, um dem Metalldampf seine Leitfähigkeit verlieren zu lassen, die Ionisation verringert dann nur die Energie der einzelnen Entladung. Doch bedarf der Einfluß der Ionisation auf den Funken noch näherer Untersuchung, die augenblicklich im hiesigen Institut ausgeführt wird.

Straßburg i. E., Physikalisches Institut.

(Eingegangen 6. Juni 1911.)

1) Zu erwähnen ist dabei ein von Herrn Glatzel, diese Zeitschr. 11, 886, 1910, beschriebener Einfluß der Stromstärke der Stoßerregung, den er allerdings nur in einem Spezialfall (Nickelelektroden in Wasserstoff) konstatiert.

Über Entstehung und Vermeidung von Lichtbögen bei Verwendung von Resonanztransformatoren.

(Mitteilung aus dem Kaiserl. Telegraphen-Versuchsamt.)

Von Karl Rottgardt.

Beim Betriebe von Funkenstrecken mit angehängtem Kondensatorkreis setzt statt regelmäßiger Funken häufig ein Lichtbogen ein. Dieser brennt mehr oder weniger inaktiv, d. h. er liefert keine Schwingungen. Seine Entstehungsursache ist im allgemeinen eine nicht genügend rasche Entionisierung der Funkenstrecke, so daß die Luft zwischen den Elektroden noch leitet, wenn die nächste Ladewelle ankommt, und keine Aufladung der Elektroden zur Funkenspannung zuläßt. Je schneller die Funkenstrecke von Ionen befreit wird, um so regelmäßigere Funken werden erhalten. Mittel zur Verhinderung von Lichtbogenbildung sind bekannt, so Drehen der Elektroden, Anblasen der Funkenstrecke [M. Wien[1])], Einbetten in Wasserstoff, dessen gute Wirkung nach B. Glatzel[2]) durch die rasche Bindung der Metallteilchen zu Wasserstoffverbindungen zu erklären ist, u. a. m. Elektrodenmaterial und -temperatur sind von erheblichem Einfluß auf die Lichtbogenbildung; jedoch soll dieser Einfluß in der vorliegenden Arbeit nicht behandelt werden. Hier wird die Einwirkung der Speisung der Funkenstrecke, der Dämpfung des an die Funkenstrecke angelegten Schwingungskreises und eines mit diesem gekoppelten Sekundärkreises untersucht.

1. Versuchsanordnung.

Die Schaltung war zunächst die in Fig. 1a angegebene: Der Wechselstrom-Transformator T wurde durch einen Hochfrequenzumformer U gespeist, der bis 600periodigen Wechselstrom bei 3 Kilowatt Leistung lieferte. K waren

1) M. Wien, Jahrb. d. drahtl. Telegr. **4**, 154, 1910.
2) B. Glatzel, Ann. d. Phys. **34**, 732, 1911; Patentschrift Nr. 231963.

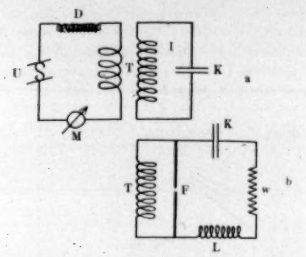

Fig. 1.

Wiensche Preßgaskondensatoren, M ist ein Wattmeter, D eine veränderliche Drosselspule, die dazu dient, die Koppelung im Transformator zu variieren. Zunächst wurde scharfe Resonanz zwischen dem Kreise I und der Periode des Wechselstroms bei losester Koppelung im Transformator hergestellt. Nachdem die ungefähre Größe des erforderlichen Kondensators bestimmt war, wurde fein eingestellt, indem bei geringster Erregung des Umformers die Tourenzahl auf Aufleuchten einer Heliumröhre, die an die Kondensatorbelegungen gelegt war, einreguliert wurde. Diese scharfe Resonanzabstimmung bei losester Koppelung ist eine Vorbedingung, um saubere Verhältnisse in der Funkenstrecke und im etwa angehängten Schwingungskreis zu erhalten[1]), die allerdings häufig in einschlägigen Arbeiten garnicht beachtet oder vernachlässigt wird. Schlechte Abstimmung begünstigt die Lichtbogenbildung[2]).

Resonanz ergab sich für $K = 1{,}72 \cdot 10^{-3}$ M.F. bei 1535 Umdrehungen des Umformers in der Minute, entsprechend einem Wechselstrom von 512 Perioden in der Sekunde. Erst jetzt wurde der Kreis I in der in Fig. 1b angegebenen Weise erweitert. Hier ist F die veränderliche Funkenstrecke (Zinkstäbe von 1 cm Durchmesser; Zink wurde gewählt wegen seiner besonderen Neigung zur Lichtbogenbildung), L eine stufenweise variable Selbstinduktion (Flachspule von unterteilter Azetatdrahtlitze[2]) von $L = 3{,}79 \cdot 10^5$ cm bis $63{,}5 \cdot 10^5$ cm) und w ein auswechselbarer, kontinuierlich veränderlicher Graphitwiderstand bis 550 Ohm (selbstinduktions- und skineffektfrei). Es war also durch Verwendung von Azetatdrahtspulen und Preßgaskondensatoren dafür Sorge getragen, daß der Kreis außer dem Funken nur w als Dämpfungsursache hatte.

1) Seibt, E.T.Z. 1904, S. 276.
2) R. Lindemann, Verh. d. D. phys. Ges. **11**, 682, 1909 u. **12**, 572, 1910; A. Meißner, Jahrb. d. drahtl. Telegr. **3**, 57, 1909.

2. Lichtbogen oder Funke?

Es bot erhebliche Schwierigkeit, ein genügendes experimentelles Kriterium dafür zu erhalten, ob ein Lichtbogen oder ein regelmäßige Schwingungen liefernder Funke vorhanden war. Nach Inbetriebsetzen der Funkenstrecke stellte sich im allgemeinen rasch ein im Umformerton tönender, fadenförmiger Lichtbogen ein, den mehr oder weniger lautes Rauschen begleitete. Ein gekoppelter Kreis (Wellenmesser) zeigte dann, daß dem stärkeren oder schwächeren Rauschen entsprechend mehr oder weniger Schwingungsenergie vorhanden war, die aber, sowie der Lichtbogen etwa durch Anblasen aktiv gemacht wurde, sich auf das Vielfache steigerte. Nun wurde parallel zur Funkenstrecke eine Dornsche

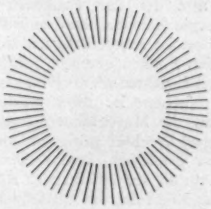

Fig. 2.

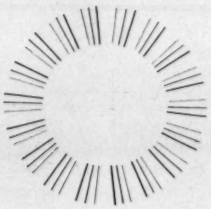

Fig. 3.

Heliumröhre (in der Mitte kapillar verengte Form) gelegt, so, daß das eine Röhrenende leitend mit der Elektrode verbunden war; in die Verbindung mit dem anderen Röhrenende war ein Kondensator von experimentell bestimmter Größe — zwei parallele Metallplatten auf Paraffin — geschaltet. Diese Röhre ließ man rotieren[1]); ohne Funken gab sie ein Bild der Wechselspannung: Fig. 2. Jedem Wechsel entspricht ein Leuchten der Röhre. War ein Lichtbogen vorhanden, so blieb sie überhaupt dunkel, da die den Lichtbogen speisende Spannung nicht ausreicht, die Röhre zum Leuchten zu bringen. Die Röhre

1) F. Kiebitz, E.T.Z. 1908, S. 510.

ist bis auf einen Teil der kapillaren Verengung verdeckt. Bei regelmäßigen Funken erhält man dann z. B. ein Bild, wie es Fig. 3 darstellt: auf eine dunkle Stelle folgen drei leuchtende Röhren, deren Helligkeit von der ersten bis zur dritten zunimmt. Das Bild sagt, daß vier Wechsel nötig sind, um die Funkenstrecke auf die Funkenspannung aufzuladen. Der erste reicht nicht aus, um die Heliumröhre über den vorgeschalteten Kondensator zum Leuchten zu bringen. Dessen Größe ist also der der Funkenstrecke zugeführten Energie entsprechend zu wählen. Der zweite Wechsel ist schon schwach sichtbar, der letzte, der den Funken erzeugt, bringt das Rohr zu intensivem Leuchten. Vergrößert (verkleinert) man die Funkenstrecke oder verkleinert (vergrößert) man die Maschinenerregung, so sind mehr (weniger) Wechsel nötig, um die Funkenspannung zu erreichen, und dementsprechend nimmt die Anzahl der leuchtenden Röhrenbilder zu (ab). Zur Kontrolle, ob tatsächlich die dunkeln Stellen und ihr regelmäßiges Auftreten als Kriterium für saubere Funken zu benutzen war, wurde eine zweite Röhre gleicher Art an die Enden des Kondensators eines abgestimmten Sekundärkreises gelegt und auf die gleiche Achse, wie die erste Röhre, jedoch um 180° gedreht, in entgegengesetzter Richtung befestigt. Sie war so verdeckt, daß ihr leuchtender kapillarer Teil beim Rotieren sich unmittelbar an den leuchtenden Teil der ersten Röhre anschloß. Bei regelmäßigen Funken ergab sich dann ein Gesamtbild Fig. 4. Es bestätigte, daß es ausreichte,

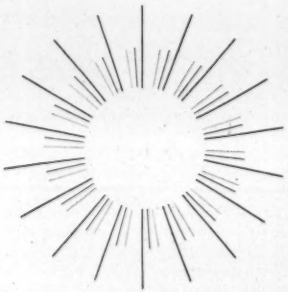

Fig. 4.

die erste rotierende Röhre allein als Kriterium für saubere Funkenentladung zu benutzen. Außerdem war es notwendig, bei der Arbeit auf den gekoppelten Sekundärkreis fürs erste zu verzichten, da er von erheblichem Einfluß auf den Lichtbogen ist. Fig. 5 gibt ein Bild von schlechter

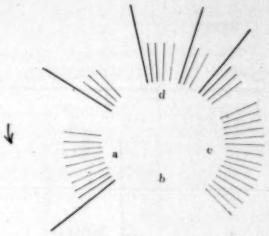

Fig. 5.

Entladung. Von links nach rechts betrachtet, stellt es zunächst eine Funkenentladung nach einer Reihe von Aufladungen dar (Gruppe *a*), dann folgt eine Weile Lichtbogen (*b*), nach dessen Aussetzen man die Umformerschwingungen (*c*) sieht. Schließlich folgen einige unregelmäßige Funken (*d*).

3. Versuche.

Wirkung der Funkenspeisung und der Dämpfung des angehängten Schwingungskreises. Es wurde beobachtet, daß sich bei einem angehängten Schwingungskreis von $K = 1{,}72 \cdot 10^{-3}$ M.F. und $L = 24{,}4 \cdot 10^5$ cm bei kurz geschlossenem Widerstand w im allgemeinen sofort — bei frisch gereinigter Funkenstrecke zeigten sich einen Augenblick Funken — ein Lichtbogen bildete, der sich durch Verringerung der der Funkenstrecke zugeführten Leistung nicht in Funken überführen ließ, sondern regelmäßig bei einem bestimmten Minimum aussetzte, bei Vergrößerung der Maschinenerregung sofort wieder einsetzte. Energieüberladung der Funkenstrecke war also nicht seine Ursache. Wurde dann in den Schwingungskreis (vgl. Fig. 1b) Widerstand eingeschaltet, so ergaben sich zunächst mit Lichtbogen wechselnde, unregelmäßige Funken, die aber bei einem bestimmten Widerstand vollkommen regelmäßig wurden. Mit Zunahme der der Funkenstrecke zugeführten Leistung nimmt der zur Aktivierung benötigte Widerstand zu, ebenso die Zahl der Entladungen. Die Funkenfolge blieb absolut regelmäßig, auch bei langer Versuchsdauer, die Elektroden zeigten sich am Ende gar nicht oder nur geringfügig erwärmt.

Ein Einfluß der Funkenverzögerung konnte nicht beobachtet werden. Bei einem Teil der Versuche wurde sie durch ein in die Nähe gebrachtes Radiumpräparat aufgehoben, das Herr Geheimrat Rubens die Liebenswürdigkeit hatte, zu leihen.

Änderte man die Größe der Selbstinduktion, so ergaben sich andere Werte des benötigten Widerstandes.

Es wurden nun eine Anzahl von Widerstandswerten bei konstanter Funkenlänge (4 mm) und konstanter Selbstinduktion als Funktion der der Funkenstrecke zugeführten Leistung gemessen. Sie sind in der Fig. 6 graphisch dar-

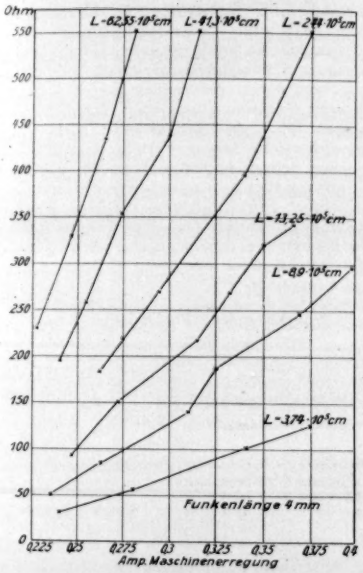

Fig. 6.

gestellt. Der mögliche Fehler bei Feststellung der Werte kann bis 10 Proz. betragen. Kurven, die kurz nacheinander bei gleichem Schwingungskreis aufgenommen wurden, weichen kaum voneinander ab. Dagegen gab die Funkenstrecke nach neuer Elektrodenreinigung bei sonst unveränderten Verhältnissen andere Widerstandswerte, die aber stets auf gleichartigen Kurven lagen, und bei denen sich die Lage der Kurven bei verschiedenen Selbstinduktionen in gleicher Weise verteilt zeigte.

Die Kurven zeigen, daß es möglich ist, einen Lichtbogen durch Einschalten eines bestimmten Widerstandes in den Schwingungskreis in einen stabilen, Schwingungen liefernden Funken überzuführen. Je größer die Selbstinduktion des Schwingungskreises ist, in einem um so höheren Gebiet liegen die nötigen Widerstände. Aus den Kurven der Fig. 6 lassen sich Kurven (Fig. 7) gewinnen, die den Widerstand als Funktion der Selbst-

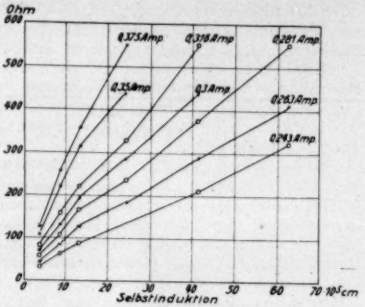

Fig. 7.

induktion bei gleicher dem Funken zugeführter Leistung darstellen. Der erforderliche Widerstand nimmt also mit zunehmender Schwingungsdauer des angehängten Schwingungskreises zu.

4. Erklärung der Versuche.

Bei jedem Wechsel des Speisestroms, also alle $^1/_{1024}$ Sekunde, erfolgt eine Aufladung der Elektroden, die bei günstigen Verhältnissen an der Funkenstrecke zur Entladung kommt. Durch diese Entladung wird eine schnelle Schwingung eingeleitet, deren Frequenz durch die Selbstinduktion und die Kapazität des angehängten Schwingungskreises bestimmt ist. Die Dauer des Schwingungsvorganges, die außer von der Frequenz von der Dämpfung des Kreises abhängt, darf eine bestimmte Grenze nicht überschreiten, damit für die Entionisierung der Funkenstrecke vor dem Einsetzen der nächsten Ladewelle genügend Zeit bleibt. Im wesentlichen muß die Entionisierung schon nach der Hälfte der $^1/_{1024}$ Sekunde ($^1/_{2048}$) vollzogen sein. Denn wenn noch erhebliche Ionenreste zurückgeblieben sind, während die Spannungsamplitude des Speisestroms durch Null hindurchgeht, so wird sehr schnell ein gleichmäßiger Ausgleich der Spannung in Form eines Lichtbogens erfolgen. Von der $^1/_{2048}$ Sekunde wird also ein bestimmter Bruchteil für die Entionisierung der Funkenstrecke gebraucht werden, so daß der schnellen Schwingung nur eine bestimmte Zeit zum Abklingen zugeteilt und somit bei gegebener Frequenz eine untere Grenze des Dekrements vorgeschrieben wird.

Bei den angestellten Versuchen war durch die Verwendung eines möglichst verlustfreien Schwingungskreises bewirkt, daß außer der Funkendämpfung und der ganz unbedeutenden Dämpfung durch die der Funkenstrecke parallel

geschalteten Heliumröhre der eingeschaltete Widerstand der bestimmende Bestandteil des Dämpfungsdekrements ist. Übereinstimmend mit den Versuchsergebnissen folgt also, daß bei gegebener Frequenz ein bestimmter Widerstand zur Vermeidung eines Lichtbogens oder zur Überführung in regelmäßige Funkenentladung nötig ist.

Es ist nun einzusehen, daß schon dann, wenn den Elektroden nur so viel Leistung zugeführt wird, daß die Funkenstrecke gerade durchschlagen wird, ohne ausreichendes Dekrement, also ohne bestimmten Widerstand, sofort ein Lichtbogen entstehen muß und kein Funke bestehen kann. Daß der Widerstand bei konstanter Selbstinduktion mit der dem Funken zugeführten Leistung zunimmt, ist aus der Vermehrung der Ionisierung in der Funkenstrecke bei größerer Stromstärke zu erklären. Daß diese Vermehrung tatsächlich von erheblichem Einfluß ist, zeigte der Versuch, denn es gelang, einen Funken durch Näherung eines starken Radiumpräparates wieder in den Lichtbogen überzuführen.

Die Zunahme des erforderlichen Dämpfungswiderstandes bei gleicher Maschinenerregung mit der Selbstinduktion hat einen Grund in der Abnahme des Dekrements bei konstanter Kapazität mit der Selbstinduktion: $\delta = \pi w \sqrt{\frac{C}{L}}$. Jedoch würde diese allein bei weitem nicht die Größenordnung der Widerstandsänderung erklären. Die Hauptursache ist offenbar die, daß mit der Selbstinduktion die Periode der Schwingung wächst, also bei gleichem Dekrement die Zeit bis zur Beendigung des Schwingungsvorganges zunimmt. Für $L = 3{,}79 \cdot 10^5$ cm ist die Periode $(0{,}51 \cdot 10^{-5}$ Sek.) viermal so klein wie für $L = 63{,}25 \cdot 10^5$ cm $(2{,}07 \cdot 10^{-5}$ Sek.), so daß die für diese Selbstinduktion benötigte Abklingungszeit bei gleichem Dekrement viermal so groß ist. Damit also die zum Abklingen der schnellen Schwingung übrige Zeit nicht überschritten wird, muß das Dekrement vergrößert, das heißt, mehr Widerstand eingeschaltet werden. Genauere Rechnungen lassen sich nicht durchführen, da durch Veränderung der Selbstinduktion und durch Einschalten des Widerstandes die Funkendämpfung beeinflußt wird.

Von der Funkenlänge war der Widerstand innerhalb der hier benutzten Längen — 2,4 bis 5,4 mm — nahezu unabhängig.

5. Wirkung eines gekoppelten Sekundärkreises.

Die gleiche dämpfende Wirkung, die der Widerstand im primären Schwingungskreis hervorbringt, kann durch einen gekoppelten abgestimmten Sekundärkreis erzeugt werden. Es ist nötig, daß keine Schwebungen zwischen den beiden Kreisen stattfinden können, sondern daß die Schwingungsenergie, wenn sie einmal in den Sekundärkreis übergegangen ist, hier vernichtet wird, ehe sie in den Primärkreis zurückkehren kann. Zu dem Zwecke wurde ein stark gedämpfter abgestimmter Sekundärkreis verwandt ($\delta = 0{,}5$ bis 1,5), was durch Verwendung großer Kapazität, kleiner Selbstinduktion und eingeschaltetem großem Ohmschen Widerstand erreicht wurde. Es stellte sich heraus, daß für eine gegebene primäre Selbstinduktion bei einem ganz bestimmten Koppelungsgrad der Lichtbogen in einen regelmäßigen stabilen Funken überging. In der folgenden Tabelle sind die für bestimmte Selbstinduktionen und Frequenzen des Primärkreises benötigten Koppelungen zusammengestellt.

Zinkelektroden; Funkenlänge 4 mm;
Maschinenerregung 0,275 Amp.

Selbstinduktion	Schwingungsdauer	Koppelungsgrad	n	$\frac{n}{4}$	Zeit bis zur Beendigung des Schwingungsvorgangs im Primärkreis
$3{,}79 \cdot 10^5$ cm	$0{,}51 \cdot 10^{-5}$ Sek.	19,8 %	10	2,5	$1{,}28 \cdot 10^{-5}$ Sek.
$8{,}9 \cdot 10^5$ „	$0{,}78 \cdot 10^{-5}$ „	22 „	9,1	2,3	$1{,}82 \cdot 10^{-5}$ „
$24{,}4 \cdot 10^5$ „	$1{,}29 \cdot 10^{-5}$ „	27,8 „	7,2	1,8	$2{,}32 \cdot 10^{-5}$ „
$41{,}55 \cdot 10^5$ „	$1{,}68 \cdot 10^{-5}$ „	32,4 „	6,2	1,55	$2{,}6 \cdot 10^{-5}$ „
$63{,}25 \cdot 10^5$ „	$2{,}07 \cdot 10^{-5}$ „	38,7 „	5,2	1,3	$2{,}69 \cdot 10^{-5}$ „

Aus diesen Koppelungen läßt sich ein Einblick gewinnen, welche Zeit zum Abklingen der Schwingung bezw. zur Entionisierung der Funkenstrecke nötig ist. Schreibt man die Schwebungsgleichung in der Form[1])

$$A \sin \Omega t \cdot \sin \omega t \quad (\omega = 2\pi n,\ \Omega = 2\pi N),$$

wo Ω die Frequenz der Schwebung, ω die der Schwingung ist, so ergibt sich der Koppelungskoeffizient

$$k = \frac{2\omega\Omega}{\Omega^2 + \omega^2}.$$

Ist Ω klein gegen ω[2]), so ist

$$k = \frac{2\Omega}{\omega} = \frac{2 \cdot 2\pi N}{2\pi n};$$

für $N = 1$ ist also

$$k = \frac{2}{n};$$

$$n = \frac{2}{k}.$$

1) F. Kiebitz, E.T.Z. 1908, S. 1267.
2) Diese Vereinfachung kann ohne Bedenken angewendet werden.

n gibt also die Anzahl der Schwingungen während einer Schwebung an. Nach $\frac{n}{4}$ Schwingungen ist im Primärkreise die Amplitude auf Null gesunken. Unter den vorliegenden experimentellen Bedingungen ist also nach den unter $\frac{n}{4}$ in der Tabelle angegebenen Schwingungszahlen der Vorgang im Primärkreise beendet. Man sieht, daß der Theorie entsprechend, mit zunehmender Schwingungsdauer die Anzahl der Schwingungen im Primärkreise abnimmt, wenn regelmäßige Funken übergehen sollen. Die letzte Reihe der Tabelle gibt einen Überblick über die Zeit, die dem Schwingungsvorgang im Primärkreise zum Abklingen bleibt, und zeigt, daß der größte Teil der Zeit, 94—95 Proz., zur Entionisierung gebraucht wird.

6. Zusammenfassung.

1. Ein Lichtbogen entsteht beim Betriebe von Funkenstrecken mit Wechselstrom dadurch, daß die abklingende Schwingung des an die Funkenstrecke angehängten Schwingungskreises der Funkenstrecke keinen genügenden Bruchteil der Zeit zwischen dem Beginn des Funkenüberganges und der nächsten Ladewelle zur Entionisierung übrig läßt.

2. Der Lichtbogen wird in einen regelmäßigen Funken durch Erhöhung der Dämpfung des Schwingungskreises übergeführt, d. h. durch Einschalten eines Widerstandes, der für gegebene Schwingungsdauer des Schwingungskreises eine untere Grenze nicht überschreiten darf.

3. Mit zunehmender Maschinenerregung und Schwingungsdauer (Selbstinduktion) des Schwingungskreises muß der benötigte Widerstand vergrößert werden.

4. Die Überführung des Lichtbogens in einen Funken ist auch durch Koppelung mit einem stark gedämpften abgestimmten Sekundärkreis möglich.

5. Für jeden Wert der Frequenz des Schwingungskreises ergibt sich ein Koppelungsgrad, unterhalb dessen die Überführung nicht gelingt.

6. Bei Wechselstrom von 500 Perioden und Verwendung von Zinkelektroden ist nahezu die ganze zur Verfügung stehende Zeit zur Entionisierung der Funkenstrecke nötig.

Berlin, Mai 1911.

(Eingegangen 30. Mai 1911.)

Über die Angaben von Hitzdrahtinstrumenten bei schnellen Schwingungen.

Von W. Steinhaus.

In seiner Dissertation: „Absolutes Induktionsdynamometer mit zwei magnetisch gekoppelten, stromdurchflossenen Rechtecken“ legt A. Semiller[1]) über die Angaben eines Hitzdrahtinstrumentes von Hartmann & Braun folgende Tabelle vor:

λ in Metern	J_λ in Amp.	J_p in Amp.	λ in Metern	J_λ in Amp.	J_p in Amp.
∞	0,790	0,792	∞	1,51	1,50
3800	0,695	0,792	3800	1,345	1,50
3550	0,680	0,792	3550	1,32	1,50
3240	0,670	0,792	3240	1,30	1,50
2615	0,650	0,792	2615	1,27	1,50
2300	0,640	0,792	2300	1,25	1,50
1940	0,625	0,792	1940	1,225	1,50
1740	0,615	0,792	1740	1,21	1,50
1600	0,605	0,792	1600	1,185	1,50
1330	0,600	0,792	1330	1,17	1,50

Hierin bedeutet λ die Wellenlänge der gemessenen Schwingung, J_λ die Angabe des Hitzdrahtamperemeters und J_p die wirkliche, effektive Stromstärke.

Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, daß die am Hitzdrahtinstrument abgelesenen Stromstärken J_λ um so mehr von den konstant gehaltenen wahren Werten abweichen, je kürzer die Wellenlänge ist, und daraus folgt, daß die Angaben des Instruments (schon bei relativ langsamen Schwingungen) so ungenau werden, daß sie bei Laboratoriumsarbeiten höchstens noch qualitative Bedeutung haben.

Da man nun aber auf ein so bequemes Hilfsmittel, wie es ein solches Instrument ist, besonders bei orientierenden Messungen nicht wird verzichten wollen, so habe ich einige Instrumente neuerer Konstruktion auf ihre Brauchbarkeit zu Messungen bei schnellen Schwingungen hin untersucht.

Nr. I. Meßbereich bis 1 Amp., älteste der untersuchten Typen mit Platinsilberdraht.

Nr. II. Meßbereich bis 2 Amp. und

Nr. III. Meßbereich bis 5 Amp. haben statt des früher benutzten Hitzdrahtes ein Platiniridiumband (Type A).

Nr. IV. Meßbereich bis 5 Amp., neueste Konstruktion mit symmetrischer Stromverteilung über zylindrisch angeordnete Platiniridiumbänder (Type AW).

Alle vier Instrumente sind natürlich ohne

1) A. Semiller, Diss. Berlin 1909, auszugsweise Ann. d. Phys. **33**, 414, 1910.

Nebenschluß. Sie sind Fabrikate der Hartmann & Braun A.-G.[1]).

Als Energiequelle diente mir eine Poulsonlampe, die mit Gleichstrom von 220 Volt aus dem Kieler Elektrizitätswerk gespeist wurde. Der Bogen brannte zwischen einem Kohlenstab und einer Kupferplatte in einer Atmosphäre von Leuchtgas, das mit Alkoholdämpfen beladen war. Die Kühlung besorgte ein selbsttätig zirkulierender Wasserstrom.

Die benutzten Wellenlängen lagen zwischen 1500 und 550 m, waren also die in der Praxis am meisten gebräuchlichen. Ihre Messung geschah mit dem Hahnemannschen Wellenmesser.

Zur Messung der wahren effektiven Stromstärke versuchte ich zunächst die Bestimmung der effektiven Spannung an den Enden einer berechenbaren Selbstinduktion. Ich mußte mich aber bald überzeugen, daß die Einwirkung der übrigen Strombahn nicht zu vernachlässigen war. Bei den Versuchen, diese Einflüsse unter eine zu vernachlässigende Größe herunterzudrücken, stieß ich auf größere Unbequemlichkeiten, so daß ich einer einfacheren Methode den Vorzug gab.

Diese bestand darin, daß ich einmal die Instrumente nach dem Vorgang von Orlich[2]) und Semiller[3]) bei einer bestimmten Stromstärke photometrisch eichte und dann durch besondere Messungen feststellte, ob die Angaben des Hitzdrahtamperemeters relativ zueinander richtig waren, so daß sie alle mit einem konstanten Faktor hätten multipliziert werden müssen, oder welche Abweichungen davon vorhanden waren.

Die Versuchsanordnung war folgende:

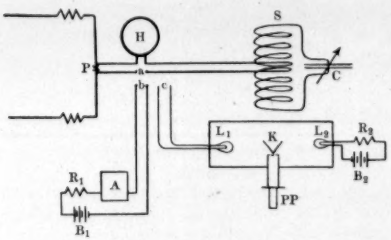

Fig. 1.

1) Nr. I ist Eigentum des Instituts; Nr. II und III wurden mir vom Torpedoversuchskommando Kiel-Wik und Nr. IV von der Firma Hartmann & Braun leihweise bereitwilligst zur Verfügung gestellt. Dem Leiter des T. V. K. Herrn Kaptlt. Betz bin ich auch für die Überlassung des Wellenmessers und anderer Apparate zu Dank verpflichtet.

2) Orlich, Zeitschr. f. Instr. 1904, 65.

3) A. Semiller, Diss. Berlin 1909, auszugsweise Ann. d. Phys. **33**, 414, 1910.

Hierin bedeutet P die Poulsonlampe, H das zu untersuchende Hitzdrahtinstrument, S eine in der Mitte aufgeschnittene, zur Erzielung kleiner Dämpfung aus zwei Paralleldrähten gewickelte Selbstinduktion, und C einen kontinuierlich variaßlen Luftplattenkondensator, dem noch weitere feste Kondensatoren parallel geschaltet werden konnten. A ist ein Präzisionsmilliamperemeter, das kurz vorher mittelst Kompensationsapparates auf seine Richtigkeit geprüft worden war. R_1 und R_2 sind Regulierwiderstände, B_1 und B_2 Akkumulatorenbatterien, L_1 und L_2 kleine Glühlampen, K ein Kreideprisma und PP ein Martenssches Polarisationsphotometer. L_1, L_2 und K waren in einem lichtdichten, innen geschwärzten Kasten eingeschlossen; in eine Öffnung konnte das Photometer eingesteckt werden. Die Leitungsenden c waren untereinander durch Hartgummi fest verbunden, im übrigen aber frei beweglich, so daß sie leicht in die Quecksilbernäpfe a und b eingetaucht werden konnten. So wurde denn einmal die Lampe L_1 mit Schwingungen, das andere Mal mit Gleichstrom gespeist. L_2 diente als Vergleichslicht. Anfangs wurde die Spannung an den Enden von L_2 genau kontrolliert; diese Vorsicht erwies sich aber als unnötig. Als L_1 für 0,68 Amp. diente mir ein käufliches Glühlämpchen, für 1,66 und 3,00 Amp. mußte ich mir selbst solche aus Platindraht herstellen.

Die Messung geschah nun so, daß durch Regulierung an R_1 dieselbe Helligkeit von L_1 hergestellt wurde, welche die Lampe beim Betrieb mit Schwingungen gab. Die Angaben von H mußten dann dieselben sein wie die von A, bzw. sie mußten nach diesen korrigiert werden. Die Genauigkeit dieser Methode blieb immer größer als die Ablesegenauigkeit der Hitzdrahtamperemeter. Zweifellos könnte sie aber gegebenenfalls noch vergrößert werden.

Zur Feststellung, ob bzw. in welchem Maße die Instrumente relativ richtig zeigten, diente mir die in Fig. 2 skizzierte Versuchsanordnung. Hierin bedeutet S_1 eine kleine, in der Mitte aufgeschnittene Spule von 3 Windungen, mit der

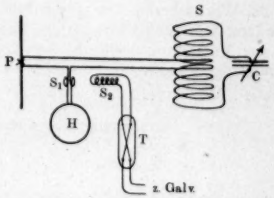

Fig. 2.

eine zweite Spule S_2 von etwa 10 Windungen verschieden fest gekoppelt werden konnte. T ist ein evakuiertes Manganin-Konstantan-Thermoelement, von dem durch besondere Messungen festgestellt wurde, daß es genau i^2 proportional anzeigte. Der Thermostrom wurde mit einem Drehspulgalvanometer gemessen.

Wenn das Hitzdrahtinstrument relativ richtig zeigte, so mußten die Quadratwurzeln aus den Galvanometerausschlägen der angezeigten Stromstärke proportional sein, vorausgesetzt, daß während der Meßreihe die Koppelung von S_1 und S_2 nicht geändert wurde und die Wellenlänge konstant war. Letzteres wurde am Wellenmesser ständig kontrolliert.

Nr. I zeigte bei Gleichstrom in allen Stromstärken zwischen 0,5 und 1,0 Amp. etwa 0,015 Amp. zu niedrig. Die photometrische Messung ergab, daß keine merkliche Abhängigkeit der Angaben bei 0,68 Amp. von der Wellenlänge bestand. Bezogen auf die wahren Gleichstromwerte waren die Angaben relativ zueinander richtig; nur bei den Stromstärken über 0,8 Amp. und Wellenlängen unter 1000 m kamen kleine Abweichungen vor, wie die folgende Tabelle zeigt.

H	$\lambda = \infty$	$\lambda = 1500$ m	$\lambda = 1300$ m	$\lambda = 1000$ m	$\lambda = 750$ m	$\lambda = 550$ m
0,800	0,815	0,817	0,817	0,820	0,822	0,825
0,900	0,915	0,917	0,917	0,922	0,925	0,930
1,000	1,015	1,017	1,020	1,025	1,030	1,037

Hier ist H die Angabe des Hitzdrahtinstrumentes, die übrigen Zahlen bedeuten die wirklichen Stromstärken bei den betreffenden Wellenlängen.

Bei Nr. II lagen die wahren Gleichstromwerte 0,02 Amp. höher als die angezeigten. Die photometrische Messung bei 1,66 Amp. ergab bei allen Wellenlängen den Gleichstromwert. Abweichungen von der relativen Richtigkeit waren nicht festzustellen.

Bei Nr. III lagen die wahren Gleichstromwerte zwischen 2 und 4 Amp. ebenfalls höher als die angezeigten, und zwar um 0,02 bis 0,04 Amp. Die photometrische Messung bei 3,00 Amp. ergab bei allen Wellenlängen den Gleichstromwert. Abweichungen von der relativen Richtigkeit waren nicht festzustellen.

Bei Nr. IV stimmten die Gleichstromwerte weniger gut mit den Angaben des Instruments überein. Offenbar hat dieser neueste Typ noch nicht die richtige Skalenteilung. Auf die Gleichstromwerte bezogen, war die relative Richtigkeit vorhanden. Eine geringe Abhängigkeit von der Wellenlänge war eben nachweisbar durch die photometrische Messung bei 3,00 Amp.

Folgende Tabelle ergab sich für IV:

H	$\lambda = \infty$	$\lambda = 1500$ m	$\lambda = 1300$ m	$\lambda = 1000$ m	$\lambda = 750$ m	$\lambda = 550$ m
2,00	2,03	2,02	2,02	2,02	2,03	2,04
2,50	2,55	2,53	2,53	2,54	2,55	2,56
3,00	3,07	3,05	3,05	3,06	3,07	3,08
3,50	3,59	3,57	3,57	3,58	3,59	—
4,00	4,12	4,09	4,09	4,10	4,11	—

Aus alledem ist zu erkennen, daß die Abweichungen der angezeigten Stromstärken bzw. der Gleichstromwerte von den wirklichen selten größer sind, als die Ablesegenauigkeit beträgt. Keinesfalls aber treten solche Unterschiede auf, wie sie A. Semiller gefunden hat, und ich vermute, daß es sich dort um ein Amperemeter mit Nebenschluß, dessen Widerstand ja keinesfalls von der Periode der Schwingung unabhängig ist, gehandelt hat.

Zieht man nun noch in Rechnung, daß die Schnelligkeit der Einstellung bei den mit Bändern versehenen Instrumenten recht groß und ein „Nachkriechen" kaum zu bemerken ist, so ist ersichtlich, daß diese Amperemeter neueren Typs recht sichere und bequeme Hilfsmittel für den Laborationsgebrauch zur Strommessung bei Schwingungen der gebräuchlichsten Wellenlängen darstellen.

Kiel, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 26. Mai 1911.)

Über die statistische Theorie der Strahlung. (On the Statistical Theory of Radiation.)

Von Ladislas Natanson.

Die Theorie der natürlichen Strahlung ist mit großem Scharfsinn bearbeitet worden, und die Ergebnisse, die Planck, Einstein, Jeans, Larmor, Lorentz und andere Physiker gewonnen haben, müssen zu den tiefgründigsten Entdeckungen auf dem Gebiete der Molekularphysik gerechnet werden.

Planck verdanken wir die grundlegende Auffassung, auf der die Theorie in ihrem gegenwärtigen Stande im wesentlichen beruht. Planck nimmt bekanntlich an, daß die Energie nicht unbegrenzt teilbar ist, sondern aus einem Aggregat diskreter Elemente oder Einheiten zusammengesetzt ist, und daß die letzten Teilchen, aus denen die Materie besteht, nur solche Energiemengen zu absorbieren, zu enthalten und zu emittieren vermögen, welche Vielfache dieser endlichen und bestimmten Einheiten sind.

§ 1. Wir denken uns in üblicher Weise ein System von N unabhängigen materiellen Einheiten, die nur Energiemengen

$$0\varepsilon,\ 1\varepsilon,\ 2\varepsilon,\ \ldots\ p\varepsilon \qquad (1)$$

allgemein $i\varepsilon$, enthalten können, wo

$$i = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ p$$

ist. Der Kürze halber wollen wir diese Einheiten die Energiehalter (*receptacles of energy*) in dem System nennen. Wenn von N betrachteten Energiehaltern N_0 die Energie null, N_1 die Energie ε haben usw., so ist

$$\sum_{i=0}^{i=p} N_i = N. \qquad (\mathrm{I})$$

Wenn E die gesamte in dem System enthaltene Energiemenge ist, so ist die Anzahl der vorhandenen Energieeinheiten

$$n = E/\varepsilon,$$

und wir haben offenbar:

$$\sum_{i=0}^{i=p} i N_i = n. \qquad (\mathrm{II})$$

§ 2. Wir wollen nun sehen, auf wie viele Weisen n Energieeinheiten in N Energiehaltern enthalten sein können, wenn wir annehmen, daß jede einzelne Einheit genau dieselbe Chance hat, in jeden gegebenen Energiehalter zu gelangen.

Wir wollen, wie zuvor, annehmen, daß N_0 Energiehalter überhaupt keine Energie besitzen, daß in N_1 Energiehaltern je eine Einheit ε untergebracht sei, usf. Alle diese Fälle, von denen wir voraussetzen, daß sie den notwendigen Bedingungen (I) und (II) des **§ 1** unterliegen, bilden das, was wir eine Verteilungsart (*mode of distribution*) von n Energieeinheiten auf N Energiehalter nennen. Im folgenden wird es sich empfehlen, diese Verteilungsart durch ein Symbol darzustellen, etwa:

$$\begin{Bmatrix} 0\varepsilon & 1\varepsilon & 2\varepsilon & \ldots & p\varepsilon \\ N_0 & N_1 & N_2 & \ldots & N_p \end{Bmatrix} \qquad (1)$$

Es wird ohne weiteres klar sein, daß, wenn wir von „Verteilungsarten" sprechen, darin durchaus nicht enthalten ist, daß wir die Energiehalter oder die Energieeinheiten identifizieren können. Um eine bestimmte Verteilungsart zu spezifizieren, müssen wir die Anzahl der Elementarhalter kennen, denen jede gegebene Anzahl von Einheiten zugeteilt worden ist; wir sind aber nicht verpflichtet, irgendwelche Kontrolle über die individuellen Energiehalter zu haben, oder imstande zu sein, die einzelnen Energieeinheiten nachzuweisen und auf ihrem Laufe zu verfolgen.

Die Bedingungen des Problems sind ganz andere, wenn wir annehmen, daß die Elementarhalter, aus denen unser System besteht, tatsächlich zu unterscheiden sind, daß wir jeden Halter einzeln betrachten und seine Identität nachweisen können. Wenn dann der „erste" Energiehalter n_1 Energieeinheiten enthält und für die übrigen das Analoge gilt, so werden wir sagen, in dem System herrsche die folgende Anordnungsart (*mode of collocation*):

$$\begin{Bmatrix} \mathrm{I} & \mathrm{II} & \mathrm{III} & \ldots & N \\ n_1 & n_2 & n_3 & \ldots & n_N \end{Bmatrix} \qquad (2)$$

Die Zahlen $n_1, n_2, n_3 \ldots$ sind ganze Zahlen und können die Werte

$$0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ p \qquad (3)$$

haben. Wir wissen weiter, daß in der Reihe

$$n_1,\ n_2,\ n_3\ \ldots\ n_N \qquad (4)$$

die Zahl 0 N_0mal vorkommt, die Zahl 1 N_1mal usf. Hieraus können wir einen wichtigen Schluß ziehen. Es möge

$$\mathfrak{U}(N_0,\ N_1,\ N_2,\ \ldots\ N_p) \qquad (5)$$

die Anzahl der Anordnungsarten bezeichnen, die wir aus der Verteilung (1) erhalten können. Dann haben wir:

$$\mathfrak{U}(N_0, N_1, N_2, \ldots N_p) \prod_{i=0}^{i=p} N_i! = N! \qquad (6)$$

Wenn wir im obigen Sinne von „Anordnungen" sprechen, so ist damit natürlich gesagt, daß wir imstande sind, die einzelnen Energiehalter zu behandeln. Die Elemente oder Einheiten der Energie betrachten wir aber als unterschiedslos gleich. Würden wir jede einzelne von ihnen für sich wahrnehmen können, so würden sich damit die Bedingungen des Falles von Grund auf ändern. Hierauf muß in allererster Linie aufmerksam gemacht werden. Angenommen, n_1 bestimmte Energieeinheiten (wir wollen sie $a, b, c \ldots$ nennen) sind in dem ersten Energiehalter, n_2 Einheiten $f, g, h \ldots$ in dem zweiten, usf. Diesen Sachverhalt können wir eine Zuordnungsart (*mode of association*)

$$\begin{Bmatrix} \mathrm{I} & \mathrm{II} & \ldots & \ldots \\ a, b, c, \ldots & f, g, h, \ldots & \ldots & \ldots \end{Bmatrix} \qquad (7)$$

nennen. Es bezeichne $\mathfrak{P}$ die Anzahl der Zuordnungen, welche die Anordnung (2) umfaßt, und aus denen sie besteht. In derselben Weise,

wie für $\mathfrak{U}$ läßt sich für $\mathfrak{W}$ nachweisen, daß sein Wert durch die Gleichung

$$\mathfrak{W}(N_0, N_1, N_2, \ldots N_p) \prod_{i=0}^{i=p} (i!)^{N_i} = n! \quad (8)$$

ist. Man wird bemerken, daß $\mathfrak{W}$ nur von $N_0, N_1, N_2, \ldots N_p$ abhängig ist, daß also der Wert von $\mathfrak{W}$ für alle Anordnungen, in die sich eine Verteilung zerlegen läßt, derselbe ist. Mit anderen Worten: Jede Verteilungsart, die $\mathfrak{U}$ Anordnungen der Energie umfaßt, muß $\mathfrak{U}\mathfrak{W}$ Zuordnungen der Energie enthalten.

Der Vollständigkeit halber mag es sich empfehlen, daran zu erinnern[1]), daß, wenn wir N und n als gegeben voraussetzen, die Summe aller mit den Gleichungen (I) und (II) des **§ 1** vereinbaren Werte von $\mathfrak{U}$

$$\frac{(N+n-1)!}{(N-1)!\,n!} \quad (9)$$

ist. Ähnlich ist die Summe aller bei gegebenen N und n mit den Bedingungen (I) und (II) des **§ 1** vereinbarer Werte von $\mathfrak{U}\mathfrak{W}$ offenbar gleich N^n.

Es erübrigt nunmehr noch, Ausdrücke für die Wahrscheinlichkeit irgendeiner gegebenen Verteilung anzugeben. Diese Ausdrücke hängen ganz und gar davon ab, welche Grundlage wir für unsere Rechnung wählen. Wenn wir dahin übereinkommen, daß wir, um die Wahrscheinlichkeit etwa für die Verteilung (1) zu schätzen, nur die Anordnungen zu berücksichtigen brauchen, in die (1) aufgelöst werden kann, so wird die Wahrscheinlichkeit für die Verteilung (1) durch die Gleichung

$$P = \frac{\mathfrak{U}}{\Sigma\mathfrak{U}} = \frac{(N-1)!\,n!}{(N+n-1)!} \cdot \frac{N!}{\prod_{i=0}^{i=p} N_i!} \quad (10)$$

gegeben sein. Wenn wir andererseits, um die Wahrscheinlichkeiten für die Verteilungen zu berechnen, nichts weiter zu tun haben, als die Anzahl der Zuordnungen zu bestimmen, die sie enthalten, so wird die Wahrscheinlichkeit für die Verteilung (1) von der Form

$$\mathfrak{P} = \frac{\mathfrak{U}\mathfrak{W}}{\Sigma\mathfrak{U}\mathfrak{W}} = \frac{1}{N^n} \cdot \frac{N!\,n!}{\prod_{i=0}^{i=p} N_i! \prod_{i=0}^{i=p} (i!)^{N_i}} \quad (11)$$

sein.

Ein Beispiel möge zur Erläuterung hierfür dienen.

§ 3. Wir betrachten ein System, das aus drei Energiehaltern bestehe, und wollen annehmen, wir hätten vier Energieeinheiten, die wir diesen zuteilen können[1]). Die Anzahl der möglichen Verteilungsarten, die den gegebenen Bedingungen

$$N_0 + N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = 3$$
$$N_1 + 2N_2 + 3N_3 + 4N_4 = 4$$

unterstehen, ist vier. Diese Verteilungsarten sind in der Tabelle

	0ε	1ε	2ε	3ε	4ε
A	2	0	0	0	1
B	1	1	0	1	0
C	1	0	2	0	0
D	0	2	1	0	0

dargestellt. Die Verteilung A umfaßt drei Anordnungen:

I	II	III
4	0	0
0	4	0
0	0	4,

von denen jede einzelne nur eine Zuordnung stellt.

Im Falle der Verteilung B haben wir sechs Anordnungen:

I	II	III
3	1	0
3	0	1
1	3	0
1	0	3
0	3	1
0	1	3,

und wenn wir die erste von ihnen folgendermaßen schreiben:

I	II	III
a, b, c	d	—
b, c, d	a	—
c, d, a	b	—
d, a, b	c	—

so sehen wir, daß sie vier verschiedenen Zuordnungen entspricht. Dasselbe gilt für die übrigen fünf Anordnungen.

Unter Benutzung dieser Ergebnisse und ähnlicher, die wir leicht für die Verteilungen C und D erhalten, gelangen wir zu folgender interessanter Tabelle von Schlußfolgerungen:

Verteilung	$\mathfrak{U}$	$\mathfrak{W}$	$\mathfrak{U}\mathfrak{W}$	P	$\mathfrak{P}$
A	3	1	3	$3/15$	$3/81$
B	6	4	24	$6/15$	$24/81$
C	3	6	18	$3/15$	$18/81$
D	3	12	36	$3/15$	$36/81$
	$\Sigma\mathfrak{U} = 15$		$\Sigma\mathfrak{U}\mathfrak{W} = 81$	$\Sigma P = 1$	$\Sigma\mathfrak{P} = 1$

§ 4. Das ursprüngliche Verfahren, das Planck eingeschlagen hat, und das zu seinem berühmten Gesetz für die natürliche Strahlung geführt hat, benutzt das Prinzip, daß die Wahr-

1) M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, Leipzig 1906, S. 152.

1) M. Planck, a. a. O., S. 152—153.

scheinlichkeit für eine bestimmte Verteilungsart der Energie, sagen wir einmal beispielsweise die Wahrscheinlichkeit für die Verteilung (1) des § 2, definiert werden muß als das Verhältnis P zwischen der Anzahl $\mathfrak{U}$ der für die Verteilung günstigen Anordnungen und der Anzahl $\Sigma\mathfrak{U}$ der Anordnungen, die bei gegebenen Werten von n und N möglich sind. Es mag hier auch daran erinnert werden, daß bei allen bekannten Beweisen für die Plancksche Formel dasselbe Prinzip angewandt wird.

Nun lassen sich jedoch gegen dieses Prinzip Einwendungen erheben. Es genügt offenbar nicht, die Anzahl der Anordnungen zu zählen; man muß auch dartun, daß verschiedene Anordnungen die gleichen Chancen haben, vorzukommen. Und daß dies wirklich der Fall ist, können wir nur annehmen, wenn wir voraussetzen, daß bei dem Prozeß der Wahrscheinlichkeitsberechnung die Energiehalter als identifizierbar behandelt werden können, und daß die Energieeinheiten, die in jeder Hinsicht vollkommen gleich sind, nicht als identifizierbar behandelt werden können. Da unser Verfahren in letzter Linie auf dieser Annahme beruht, so erscheint es naturgemäß, es ohne weiteres als die Grundlage der Theorie anzusprechen. Anscheinend hat man dem Umstande nicht die genügende Bedeutung beigelegt, daß wir tatsächlich keine andere Möglichkeit haben, die Berechtigung des Planckschen Verfahrens zur Wahrscheinlichkeitsberechnung nachzuweisen, außer der Berufung auf den experimentellen Beweis, durch den wir die Schlußfolgerungen der Rechnung gestützt finden.

Die Schwierigkeit ist von der Art, daß sie naturgemäß im Zusammenhang mit dem Gegenstande auftritt. Planck nimmt als Ausgangspunkt eine vollkommen bestimmte Regel zur Bewertung der Chancen an, und durch eine besondere Berufung auf die Erfahrung finden wir a posteriori, daß die Voraussetzung richtig ist. Aber niemand hat anscheinend jemals versucht, ihre Richtigkeit auf Grund allgemeiner Prinzipien zu erweisen, und soweit ich es zu übersehen vermag, kann dies auch nicht geschehen.

In dem Augenblick, wo wir annehmen, daß individuelle Energieeinheiten nicht durchaus jenseits unseres Unterscheidungsvermögens liegen, hört die Regel, die Planck festgelegt hat, und die nahezu alle Autoren, die den Gegenstand behandelt haben, angenommen haben, auf, gültig zu sein. Das wird durch eine kurze Erwägung auf Grund des § 2 klar werden. Was wir unter diesen Umständen tun müssen, ist Zuordnungen an die Stelle der ungeeigneten Anordnungen zu setzen, die nicht mehr in gleichem Maße die gewünschte Verteilung hervorzubringen vermögen. In ausgesprochenem Gegensatz zur Planckschen Regel folgt jetzt, daß die Wahrscheinlichkeit einer Verteilung, beispielsweise etwa der Verteilung (1) des § 2, $\mathfrak{P}$ oder $\mathfrak{U}\mathfrak{W}/\Sigma\mathfrak{U}\mathfrak{W}$ [siehe die Gleichungen (10) und (11) in § 2] ist. Dieses Beispiel führt einen großen Schritt weiter zur Beleuchtung der stillschweigenden Annahme, die bei der üblichen Behandlung des Gegenstandes eingeführt wird.

§ 5. Um weitere Fortschritte zu machen, wollen wir nunmehr folgende Beweisführung betrachten; es ist, mit einigen Abweichungen, die, welche neuere Autoren über die statistische Theorie der Strahlung angenommen und ausgeführt haben[1]).

Um die Gleichgewichtsbedingungen zu finden, müssen wir annehmen, daß

$$\mathfrak{U} = \frac{N!}{\prod_{i=0}^{i=p} N_i!} \qquad (1)$$

ein Maximum ist, in dem die N_i den Bedingungen (I) und (II) des § 1 unterstehen. Aus dieser Gleichung (1) erhalten wir:

$$\delta \log \mathfrak{U} = -\sum_{i=0}^{i=p} \delta \log N_i!, \qquad (2)$$

so daß die Anwendung des Stirlingschen Satzes

$$\log N_i! = \left(N_i + \frac{1}{2}\right)\log N_i - N_i + \frac{1}{2}\log 2\pi + \frac{1}{12N_i} - \frac{\varrho}{192N_i^3}, \qquad (3)$$

wo $0 < \varrho < 1$ ist, für den Fall, daß die N_i alle sehr große Zahlen sind, zu folgendem angenäherten Gleichgewichtsgesetze führt:

$$\log N_i + \mathfrak{A} + i\mathfrak{B} = 0. \qquad (4)$$

Hier sind $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ unbestimmte Konstanten. Wir werden ihre Werte weiter unten untersuchen.

Schreiben wir:

$$\left.\begin{aligned} -\mathfrak{A} &= \log N_0, \\ -\mathfrak{B} &= \log x, \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

so finden wir auf Grund der Gleichung (4):

$$N_i = N_0 x^i. \qquad \text{(III)}$$

Diese sehr merkwürdige und wichtige Formel verdient, wenn wir auch ihre strenge und universelle Gültigkeit nicht absolut behaupten können, dennoch, daß wir ihr bis in alle Folgerungen, die wir aus ihr ziehen können, nachgehen.

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. (4) **22**, 180, 1907; Sir J. Larmor, Proc. Roy. Soc. (A) **83**, 82, 1909; H. A. Wilson, Phil. Mag. (6) **20**, 121, 1910; J. H. Jeans, Phil. Mag. (6) **20**, 953, 1910; P. Debye, Ann. d. Phys. (4) **33**, 1427, 1910; H. A. Lorentz, diese Zeitschr. **11**, 1253, 1910; siehe auch L. Boltzmann, Wien. Ber. II, Okt. 1877, wo bereits einige der wesentlichen Punkte der Theorie angedeutet sind.

§ 6. Wenn wir den Wert von N_0 aus Gleichung (III) in die Gleichungen (I) und (II) des **§ 1** einsetzen, so finden wir:

$$N_0(1 + x + x^2 + \cdots + x^p) = N, \quad (1)$$

$$N_0(x + 2x^2 + 3x^3 + \cdots + p\,x^p) = n. \quad (2)$$

Multiplizieren wir die erste dieser Gleichungen beiderseits mit n, die zweite mit N, und subtrahieren wir die erstere von der letzteren, so erhalten wir:

$$(p - Q)\,x^p + (p - 1 - Q)\,x^{p-1} + \cdots + (1 - Q)\,x - Q = 0, \quad (IV)$$

wo

$$Q = \frac{n}{N} \quad (3)$$

ist.

Bei derartigen Fragen hängt viel von dem Werte der Energieeinheit ε ab. Solange wir annehmen können, daß ε klein ist, wird die Zahl n in allen praktisch wichtigen Fällen sehr groß sein. Nun ist der höchste mögliche Wert, den wir p im Einklang mit den notwendigen Bedingungen des Problems beilegen können, gerade n. Daher kann man, wenn ε klein ist, p als sehr groß behandeln und, was hier wichtig ist, als viel größer als Q; Q muß nämlich immer beträchtlich kleiner als n sein, insofern als N eine sehr große Zahl ist.

Andererseits erscheint in gewissen Fällen die Annahme unerläßlich, daß die Energieeinheit von mäßigem, oder gar von erheblichem Betrage ist. In solchen Fällen scheint es äußerst fraglich, ob wir überhaupt eine Annäherung an das richtige Ergebnis erhalten können, wenn wir p als eine sehr große Zahl behandeln. Diese Seite der Frage ist häufig übersehen worden und scheint einige Beachtung zu verdienen.

§ 7. Im folgenden werden wir es häufig mit zwei Grenzfällen von besonderer Wichtigkeit zu tun haben; einstweilen wollen wir uns darauf beschränken, kurz ihre Hauptmerkmale zu beleuchten.

Im ersten Falle wird n als eine sehr große Zahl angenommen, weit größer als N, so daß Q beträchtlich größer ist als die Einheit. Ein Beispiel dieser Art kommt in der Gastheorie vor. Bereits im Jahre 1872[1]) machte Boltzmann in seiner dynamischen Gastheorie von der Vorstellung diskreter Energieelemente Gebrauch, ohne ihnen jedoch direkte physikalische Bedeutung zuzuschreiben. Heute müssen wir viel weiter gehen. Erst jetzt, angesichts der Planckschen Hypothese und ihrer glänzenden Erfolge in der Theorie der Strahlung, können wir der Boltzmannschen Auffassung den ihr gebührenden Wert beilegen. Wir wollen ein Gas unter gewöhnlichen Verhältnissen als ein System betrachten, dem Energieeinheiten in reichem Maße zugeteilt worden sind.

Ein hiervon ganz verschiedener Fall tritt ein, wenn Q ein kleiner (positiver) Bruch, beträchtlich kleiner als eins, ist. Diese letztere Bedingung ist in Problemen erfüllt, mit denen wir es in der Theorie der Strahlung gewöhnlich zu tun haben. Wenn wir an die Prüfung dieser Probleme herangehen, so finden wir tatsächlich, daß von den molekularen Oszillatoren, die in einem materiellen Körper vorhanden sind, eine sehr große Mehrzahl überhaupt keinen Anteil von der dem System zuteil gewordenen Energie empfängt. Mit der stillschweigenden Annahme, daß die Energie eine Konstitution mit atomistischer Grundlage besitzt, können wir ganz richtig solche Systeme als nur spärlich mit Energie ausgestattet bezeichnen.

§ 8. Wir wollen uns die Gleichung (IV) des **§ 6** in der Form

$$f(x) = 0 \quad (1)$$

geschrieben denken. Das Glied auf der linken Seite, $f(x)$ umfaßt nur einen Zeichenwechsel. Um dies darzutun, nehmen wir an, daß

$$l - 1 < Q < l \quad (2)$$

sei, wo l eine ganze Zahl von passender Größe ist. Schreiben wir

$$k = p - l,$$

so haben wir:

$$\left.\begin{aligned} p - k - Q &> 0; \\ p - k - 1 - Q &< 0. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Das ist der einzige Zeichenwechsel, der auf der linken Seite der Gleichung (1) vorkommt. Dasselbe gilt natürlich, wenn $Q = l$ ist. Mithin kann die Gleichung nicht mehr als eine positive Wurzel haben.

Wir beobachten nun, daß

$$f(0) < 0 \quad (4)$$

und

$$f(1) = (p + 1)\left(\tfrac{1}{2}p - Q\right) \quad (5)$$

ist. Um die Bedeutung dieses Satzes zu erläutern, wollen wir einen Fall nehmen, wo Q gleich $\frac{1}{2}p$ wird. Wir betrachten folgende Energieverteilung:

$$\left\{\begin{matrix} 0\varepsilon & 1\varepsilon & 2\varepsilon & \cdots\cdots & p\varepsilon \\ 1 & 1 & 1 & \cdots\cdots & 1 \end{matrix}\right\}. \quad (6)$$

Diese lehrt sogleich, daß

$$\left.\begin{aligned} N &= p + 1 \\ \text{und} \qquad n &= \tfrac{1}{2}p\,(p + 1) \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

[1]) L. Boltzmann, Wien. Ber. II, Okt. 1872 und Okt. 1877.

und folglich in diesem Falle

$$Q = \frac{1}{2} p \tag{8}$$

ist. Um zur Wirklichkeit zu gelangen, müssen wir irgend etwas dieser Verteilung Ähnliches als höchstunwahrscheinlich betrachten. Wir wollen, wie oben gesagt, annehmen, daß p viel größer als Q ist, und wollen $\frac{1}{2} p - Q$ als positiv annehmen.

Wenn wir nun die beiden gewonnenen Ergebnisse zusammennehmen, so erhalten wir das Ergebnis, daß die positive Wurzel der Gleichung (1) zwischen 0 und 1 liegen muß. In manchen Fällen kann jedoch diese Wurzel viel kleiner als 1 sein, so daß es nicht immer empfehlenswert sein würde, 1 als obere Grenze anzunehmen.

§ 9. Wir wollen, wie vorstehend, annehmen, daß

$$\left.\begin{array}{l} l - 1 < Q < l; \\ k = p - l \end{array}\right\} \tag{1}$$

ist. Wenn wir schreiben:

$$\mathfrak{F}(x) = (p - Q)\, x^k + (p - 1 - Q)\, x^{k-1} + \cdots + p - k - Q, \tag{2}$$

$$-\mathfrak{F}_2(x) = (p - k - 1 - Q)\, x^{-1} + \cdots + (1 - Q)\, x^{-p+k+1} - Q\, x^{-p+k}, \tag{3}$$

so läßt sich leicht der Satz

$$f(x) = x^{p-k}\{\mathfrak{F}_1(x) - \mathfrak{F}_2(x)\} \tag{4}$$

nachweisen. Nun wissen wir aus den Gleichungen (1), (2) und (3) nach **§ 8**, daß $\mathfrak{F}_1(x)$ immer größer und $\mathfrak{F}_2(x)$ immer kleiner wird, wenn x zunimmt. Wenn daher für $x = a$

$$f(a) \geq 0 \tag{5}$$

ist, so werden wir für jedes $x = b > a$

$$f(b) > 0 \tag{6}$$

haben.

§ 10. Kehren wir jetzt zu den Gleichungen (1) und (2) des **§ 6** zurück, so läßt sich unschwer ableiten, daß

$$(1 - x) f(x) = \left|\frac{x}{1 - x} - Q\right| (1 - x^{p+1}) - (p + 1)\, x^{p+1} \tag{1}$$

ist. Da $x < 1$ ist, so ist der Grenzwert, dem die positive Wurzel (x) der Gleichung (IV) mit wachsendem p zustrebt, und der etwa α sein möge:

$$\alpha = \frac{Q}{1 + Q}. \tag{2}$$

Solange jedoch p endlich bleibt, haben wir dauernd

$$f(\alpha) < 0, \tag{3}$$

so daß also die positive Wurzel der Gleichung (IV) immer größer ist als α. Wenn sich p der Unendlichkeit nähert, so nähert sich die positive Differenz

$$(x) - \alpha \tag{4}$$

mehr und mehr dem Werte null.

Dasselbe Ergebnis können wir erhalten, wenn wir beachten, daß

$$x(1 + Q) - Q = \mu(p + 1)\, x^{p+1} \tag{5}$$

ist, wo μ als Bezeichnung für das Verhältnis N_0/N dient. Wir haben ferner die Gleichung

$$1 - x = \frac{\mu(p + 1) - 1}{p - Q}, \tag{6}$$

so daß

$$\operatorname{Lim}\{1 - x\}_{p=\infty} = \mu \tag{7}$$

wird.

§ 11. Eine weitere Formel, die sich in dem Spezialfalle als nützlich erweisen wird, wo Q ein kleiner Bruch ist, ist die, zu der wir gelangen, wenn wir in Gleichung (1) des **§ 10**

$$x = Q$$

annehmen. Dann erhalten wir:

$$(1 - Q)^2 f(Q) = Q^2\{1 - Q^{p+1} - (p + 1)(1 - Q) Q^{p-1}\}. \tag{1}$$

Hier ist Q der Annahme nach beträchtlich kleiner als eins; daher ist, falls p genügend groß ist,

$$f(Q) > 0. \tag{2}$$

Es folgt demnach, daß die positive Wurzel der Gleichung (IV) zwischen α oder

$$\frac{Q}{1 + Q} \text{ und } Q \tag{3}$$

liegt, vorausgesetzt, daß p groß und Q beträchtlich kleiner ist als eins.

§ 12. Im gegenteiligen Falle, wenn Q groß ist, kann man sagen, daß die positive Wurzel der Gleichung (IV), da sie ja zwischen α und 1 liegt, bereits ziemlich genau bekannt ist, insofern als α oder

$$\frac{Q}{Q + 1} \tag{1}$$

sich, wenn Q groß ist, dem Werte eins nähert.

Sollten wir die Grenzen α und 1 nicht genügend eng finden, so können wir

$$\frac{Q + 1}{Q + 2}, \quad \frac{Q + 2}{Q + 3}, \text{ oder allgemein } \frac{Q + s}{Q + s + 1} \tag{2}$$

versuchen, wo

$$s = 1, 2, 3 \ldots .$$

ist.

§ 13. Im vorhergehenden haben wir auf die Unsicherheiten hingewiesen, die entstehen, wenn wir versuchen, die Wahrscheinlichkeiten möglicher Energieverteilungen in einem materiellen System a priori zu bestimmen, obwohl wir in Wirklichkeit nichts über die Bedingungen

wissen, die ihr Vorkommen tatsächlich bedingen. Wenn wir zur Berechnung der Entropie des Systems kommen, so taucht dieselbe Schwierigkeit wieder auf. Um die vorstehende Erörterung zu schließen, wollen wir nach dem Vorgange von Boltzmann und von Planck für die Entropie des Systems

$$\mathfrak{S} = k \log \mathfrak{U} + \text{const} \qquad (1)$$

schreiben, wo k die bekannte universelle Konstante ist. Wenn wir das tun, müssen wir uns aber beständig gegenwärtig halten, daß die Ergebnisse, zu denen wir gelangen werden, den Beschränkungen und Vorbehalten unterliegen, die der Anwendung der statistischen Methode anhaften.

Es dürfte sich empfehlen, vorsichtshalber zu bemerken, daß die additive Konstante in der vorstehenden Gleichung (1) als unabhängig von der Energie E des Systems anzusehen ist.

§ 14. Nehmen wir nach **§ 5**

$$\mathfrak{U} = \frac{N!}{\prod_{i=0}^{i=p} N_i!} \qquad (1)$$

an, und machen wir von der Stirlingschen Näherungsformel Gebrauch, so erhalten wir aus den Gleichungen (1) des **§ 13** und (I) des **§ 1** die Gleichung

$$\mathfrak{S} = k \left\{ N \log N - \sum_{i=0}^{i=p} N_i \log N_i \right\} + \text{const.} \qquad (2)$$

Obschon sie p enthält, braucht die additive Konstante deswegen nicht notwendig von n abhängig zu sein.

Im Hinblick auf Gleichung (III) in **§ 5**, wie auf die Gleichungen (I) und (II) in **§ 1**, können wir das vorstehende Ergebnis in der Form

$$\mathfrak{S} = k \{ N \log N - N \log N_0 - n \log x \} + \text{const} \qquad (3)$$

schreiben.

§ 15. Wie oben erwähnt, sind hier besonders zwei Grenzfälle bemerkenswert. Zunächst nehmen wir an, daß Q ein sehr kleiner Bruch, beträchtlich kleiner als eins ist; bekanntlich fallen die Probleme, die in der Theorie der Strahlung vorkommen, hauptsächlich in diese Kategorie.

Aus den **§§ 10** und **11** geht hervor, daß, wenn Q sehr klein ist, folgende Beziehungen angenähert erfüllt sind:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{Q}{1+Q} \\ \text{und} \\ N_0 &= \frac{N}{1+Q} \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Durch Anwendung dieser Beziehungen auf die Gleichung (3) des **§ 14** erhalten wir

$$\mathfrak{S} = kN \{ (1+Q) \log (1+Q) - Q \log Q \} + \text{const}, \qquad (2)$$

oder, was hiermit gleichbedeutend ist,

$$\mathfrak{S} = kN \{ (n+N) \log (n+N) - n \log n - N \log N \} + \text{const.} \qquad (3)$$

Bezeichnen wir mit T die Temperatur, die im endgültigen Gleichgewichtszustande in allen Teilen des Systems dieselbe ist, so haben wir

$$\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial n} = \frac{\varepsilon}{T}; \qquad (4)$$

somit leiten wir aus Gleichung (3) die Gleichung

$$Q = \frac{n}{N} = \frac{E}{N\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon^{\varepsilon/kT} - 1} \qquad (5)$$

ab, die ohne weiteres auf die Plancksche Strahlungsformel führt.

Wenn jedoch Q sehr klein ist, so geht aus **§ 11** hervor, daß der wahre Wert von x, mit dem wir es hier zu tun haben, zwischen $\frac{Q}{1+Q}$ und Q liegt; wie wir sehen, haben wir also, um die Plancksche Gleichung (5) zu erhalten, für x seinen unteren Grenzwert annehmen müssen.

Wenn wir jetzt

$$\left.\begin{aligned} x &= Q \\ \text{und} \\ N_0 &= N(1-Q) \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

annehmen, so finden wir auf demselben Wege wie zuvor:

$$Q\varepsilon^{-Q} = \varepsilon^{-\varepsilon/kT}. \qquad (7)$$

Wenn wir die Plancksche Formel in der Form

$$Q(1+Q)^{-1} = \varepsilon^{-\varepsilon/kT} \qquad (8)$$

schreiben, so bemerken wir bei einer Vergleichung, daß es infolge des angenommenen kleinen Wertes von Q nahezu auf dasselbe hinauskommt, ob wir Gleichung (7) oder Gleichung (8) postulieren.

§ 16. Ein ebenso wichtiger Fall ist der, daß wir Q als eine sehr große Zahl annehmen können. Diese Bedingung ist beispielsweise in der Gastheorie erfüllt. In diesem Falle bleiben die Näherungsgleichungen

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{Q}{1+Q} \\ \text{und} \\ N_0 &= \frac{N}{1+Q} \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

gültig, und daher gilt die Gleichung

$$\mathfrak{S} = k \{ (n+N) \log (n+N) - n \log n - N \log N \} + \text{const} \qquad (2)$$

ebenfalls. Jetzt haben wir aber, wenn Q eine große Zahl ist, als erste Annäherung:

$$\frac{Q}{1+Q} = \frac{n}{n+N} = 1 - \frac{1}{Q} = \varepsilon^{-1/Q}, \qquad (3)$$

und folglich

$$n \log (n+N) - n \log n = N, \qquad (4)$$

Somit werden diese Glieder auf der rechten Seite der Gleichung (2) von n unabhängig werden. Wir können annehmen, daß alle Glieder der Gleichung (2), die ausschließlich von N abhängen, in die unwesentliche additive Konstante eingeschlossen sind, mit welcher der Wert $\mathfrak{S}$ behaftet ist. Dann ist bis zu dem Annäherungsgrade, den wir erreicht haben,

$$\mathfrak{S} = kN \log n + \text{const.} \qquad (5)$$

Mit Hilfe der Gleichung (4) des **§ 15** erhalten wir somit die Gleichung

$$Q = \frac{n}{N} = \frac{kT}{e} \qquad (6)$$

oder

$$\frac{E}{N} = kT,$$

aus welcher ohne weiteres die gleichmäßige Verteilung der Energie (*equipartition of energy*) folgt.

Angesichts der vorstehenden Betrachtungen erscheint die Frage natürlich, ob bei großem Q die Formel (III) des **§ 5** das Aussehen eines Maxwellschen Verteilungsgesetzes annimmt. Vereinigen wir die Gleichungen (1) und (3) mit der Gleichung (6), so erhalten wir

$$\chi = \varepsilon^{-e/kT}, \qquad (7)$$

so daß die Formel (III) in die Formel

$$N_i = N_0\, \varepsilon^{-ie/kT}, \qquad (8)$$

also in

$$N_i = \frac{Ne}{kT}\, \varepsilon^{-ie/kT} \qquad (9)$$

übergeht. Die hier angedeutete Verwandtschaft hat anscheinend schon H. A. Lorentz bemerkt[1]).

Im ersteren Falle, wenn also Q klein ist, lehren die Gleichungen (1) und (8) des **§ 15**, daß Gleichung (7) ihre Gültigkeit behält. Es folgt somit, daß in diesem Falle die Formel (III) in **§ 5** als

$$N_i = N\,(1 - \varepsilon^{-e/kT})\, \varepsilon^{-ie/kT} \qquad (10)$$

geschrieben werden kann. Die Gleichungen (9) und (10) lassen sich sehr zweckmäßig in der Form des Satzes

$$N_i = \frac{Ne}{e + \dfrac{E}{N}}\, \varepsilon^{-ie/kT} \qquad (11)$$

ausdrücken. In der Gastheorie kann e im Nenner und in der Theorie der Strahlung $\dfrac{E}{N}$ im allgemeinen vernachlässigt werden.

1) H. A. Lorentz, diese Zeitschr. **11**, 1255, 1910. (Nach Bulletin de l'Académie des Sciences de Cracovie (A), 134—148, 1911, aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 29. April 1911.)

Ionenbeweglichkeit in Gasen. II[1]).

Von Max Reinganum.

3. Korrektionsgrößen der Theorie und Anwendung auf fremde Ionen in Gasen.

Für unser Ausgangsproblem, das Verhalten fremder Ionen in Gasen, ist es nun wichtig, wie man der Abweichung der reinen Gase von den Gleichungen (11) und (12) Rechnung tragen will.

An der algebraischen Form des Zusatzgliedes $\dfrac{A}{10^B}$ in (12) wird man zunächst nichts ändern wollen, sondern versuchen, durch für die einzelnen Gase charakteristischen Korrektionsfaktoren, welche an A oder B oder an beiden Größen anzubringen sind, Übereinstimmung mit der Erfahrung zu erzielen.

Ein Blick auf die Kolonnen 6 und 9 der 1. Tabelle zeigt nun, daß man mit alleiniger Abänderung von B nicht Übereinstimmung mit der Erfahrung erreichen kann. Denn läßt man B durch einen geeigneten Faktor praktisch selbst Null werden, so erreicht $\dfrac{A}{10^B}$ außer bei Chlorbenzol immer noch nicht den experimentellen Wert der Spalte 9.

Läßt man dagegen der Größe B ihren theoretischen Wert und versieht A mit einem Faktor, den wir mit Z bezeichnen wollen, so läßt sich natürlich Übereinstimmung erzielen. Die Korrektionsfaktoren Z, welche einfach das Verhältnis der Spalte 9 zur Spalte 8 sind, stehen in der 12. Kolonne.

Diese Art der Korrektion hat folgenden Nachteil. Das Produkt $A \cdot B$ muß nach Gleichung (5)

$$A \cdot B = 1{,}485 \cdot 0{,}5253 = 0{,}7801$$

sein, wenn die Grundlage der Gleichungen, das Anziehungsgesetz nach der reziproken 5. Potenz der Entfernung, erhalten bleiben soll. Es sind daher in Kolonne 10 diejenigen Korrektionsfaktoren C berechnet, mit denen gleichzeitig A zu multiplizieren und B zu dividieren ist, damit Übereinstimmung mit der Erfahrung erzielt wird. Diese Korrektionen sind kleiner als die der 12. Spalte, zeigen aber denselben charakteristischen Gang von tiefsiedenden zu hochsiedenden Substanzen, der namentlich bei nicht zu hoher kritischer Temperatur ausgesprochen ist. Drückt man dieselbe Korrektion so aus, daß man in Gleichung (11) zu $K_\sigma - 1$ ein Korrektionsglied Γ addiert, so erhält man die Größen der 11. Spalte. Sie geben, mit Reihe 5 derselben Tabelle verglichen, ein Maß dafür, wie weit die Dielektrizitätskonstante (immer unter Beibehaltung der Langevinschen Vorstellung der Moleküle als dielektrische Kugeln) nicht ausreicht,

1) I: Diese Zeitschr. **12**, 575, 1911.

um die Kraftwirkung zwischen Ion und Molekül zu erklären.

Was nun den Fall fremder Ionen in Gasen anbetrifft, so sind jedenfalls auch dann Korrektionsfaktoren an der Theorie anzubringen. Solange aber der innere Grund der Faktoren dahingestellt bleibt, läßt sich nicht von vornherein sagen, ob der Korrektionsfaktor der neutralen Gasart oder der die Ionen liefernden Gasart, oder ein Mittelwert zu nehmen ist. Wir werden aus den Ionenbeweglichkeiten fremder Ionen in Gasen sehen, daß bei Wahl von Korrektionsart C ein Mittelwert der Korrektionsfaktoren beider Gasarten am besten den Beobachtungen entspricht. Es wäre aber zur weiteren Befestigung dieser Annahme von großem Interesse, wenn nicht nur die Beweglichkeit der Ionen schwerer Dämpfe in leichten Gasen, sondern auch umgekehrt diejenige der Ionen leichter Gase in den betreffenden schweren Dämpfen bekannt wäre. Dann müßte sich, wenn der Mittelwert einzusetzen ist, jedesmal dieselbe Korrektionskonstante ergeben.

Wir betrachten nunmehr das Beispiel von Wellisch: Beweglichkeit der positiven Methyljodidionen in Wasserstoff. Dieselbe beträgt 5,07 cm/sec, während diejenige der positiven Wasserstoffionen selbst 6,02 ist, so daß nur ein geringer Unterschied besteht. Das Verhältnis α der beiden ist $\alpha = \mathbf{0{,}84}$.

Für Methyljodidionen gegen Wasserstoff ist

$$M_1 = 142 \qquad M = 2$$

und

$$s^2 = \left[\frac{\sqrt{6{,}7} + \sqrt{12{,}6}}{2}\right]^2 \cdot 10^{16} = 9{,}42 \cdot 10^{-16}$$

nach Reihe 3 Tabelle 2. Die molekulare Anziehungskorrektion für Gleichung (11) wird für unsere Zwecke mit genügender Annäherung erhalten, wenn für T_c der geometrische Mittelwert der kritischen Temperatur von Wasserstoff und Methyljodid eingesetzt wird. Also $T_c = 136$.

Was den Korrektionsfaktor C anbetrifft, so ist derselbe allerdings für Methyljodidionen in Methyljodid nicht bekannt. Wir werden aber nicht sehr fehl gehen, wenn wir ihn gleich dem Mittelwert für die vier eigentlichen Dämpfe der Tabellen nehmen, also gleich 1,55 setzen. Da derselbe ziemlich verschieden von demjenigen 3,0 des Wasserstoffs ist, so nehmen wir für Methyljodid in Wasserstoff das geometrische Mittel und erhalten

$$C = 2{,}2.$$

Für Wasserstoffionen in Wasserstoff ist

$$M_1 = M = 2$$

zu wählen, die anderen nötigen Daten sind in den Tabellen enthalten. Für das Verhältnis α der Ionenbeweglichkeiten ergibt sich somit, wenn man in Gleichung (11) zu dem Fall zurückgeht, daß M für Methyljodidionen und M_1 verschieden sind:

$$\alpha = \mathbf{0{,}951}.$$

Somit folgt aus der Theorie das Resultat, daß die Ionenbeweglichkeit schwerer Ionen in leichten Gasen ungefähr gleich der Beweglichkeit der Ionen des leichten Gases selbst ist. In unserem Falle haben wir sogar eine größere Ionenbeweglichkeit als die experimentelle erhalten, was durch die in den Mittelbildungen liegenden ungenauen Annahmen sich hinreichend erklärt. Die Theorie fußt, wie nochmals betont sei, allein auf den Erfahrungen in reinen Gasen.

Unser Resultat kommt durch zwei Ursachen zustande: Erstens durch den schon Seite 577 erwähnten, rein theoretischen Umstand, daß der in B enthaltene Faktor s^2 sich erhöht, wenn ein umfangreiches Ion an Stelle eines kleinen Ions tritt, und zweitens durch den empirisch nahegelegten Umstand, daß sich allgemein der Korrektionsfaktor C erniedrigt, wenn schwerere Ionen an Stelle von leichteren Ionen treten.

Wählt man die Korrektionsmethode, welche auf die Zahlen Z führt, so macht sich die Volumvergrößerung des Ions noch mehr geltend, da B durch keine Korrektionszahl dividiert wird. Dann muß man aber Z den Wert lassen, der durch die Moleküle des Mediums gegeben ist, auch bei Gegenwart fremder Ionen, da sonst die Ionenbeweglichkeit der schweren Ionen in leichten Gasen bedeutend zu groß wird. Denn auch schon bei Konstanz von Z berechnet sich für unser Beispiel $\alpha = 1{,}04$ statt 0,84. Man ist also vom Standpunkt der Theorie aus eher verlegen, daß die Beweglichkeit der schweren Ionen in leichten Gasen nicht noch größer ist als sich empirisch ergibt, wie umgekehrt.

4. Temperaturkoeffizient der Ionenbeweglichkeit. Die Formel von Sutherland.

Der Temperaturkoeffizient der Beweglichkeit ist bisher in größerem Umfang nur an Luftionen, und zwar von Phillips[1]), gemessen worden. Es stellte sich in weitem Gebiet, und zwar zwischen 209° und 411° abs., recht genaue Proportionalität von k^+ mit der absoluten Temperatur T heraus. Es fragt sich, ob wir auch hieraus Schlüsse auf die Konstitution der Ionen und ihre Kräfte ziehen können, und wieweit diese im Einklang mit der oben entwickelten Theorie stehen.

Phillips selbst betrachtete die Größe, die

1) P. Phillips, Ionic velocities in air at different temperatures. Proc. Roy. Soc. London, A. **78**, p. 167—191, 1907.

wir S^2 nannten, als den wirklichen Querschnitt des Ions, welches demnach komplex sein mußte. Allerdings legte er nicht den Ansatz (2), sondern die ungenauere Gleichung (1) zugrunde.

Nun würde nach Gleichung (10) k proportional $\sqrt{T}$ steigen, wenn der Ionenquerschnitt S^2 (die geschweifte Klammer) unabhängig von der Temperatur wäre. Folglich findet Phillips wegen der empirisch festgestellten Proportionalität von k mit der absoluten Temperatur, daß S^2 proportional der Wurzel aus der absoluten Temperatur abnimmt, woraus er die Änderung des Polymerisationsgrades x^3 des Ions mit der Temperatur herleitet. Nun hängt aber x^3 nicht von der Dichte, sondern nach Philipps nur von der Temperatur des Gases ab. Es ist dieses Verhalten aber thermodynamisch recht unwahrscheinlich und daher die Berechnung wohl nicht aufrecht zu erhalten.

Kehren wir daher zu unserer Auffassung der Gleichung (10) zurück und vernachlässigen s^2 bzw. genauer $s^2 e^{\frac{e}{T}}$ neben dem zweiten Glied, da es uns mehr auf die Größenordnung ankommt, und berücksichtigen wir ferner, daß bei konstantem Druck mit hinreichender Annäherung

$$\sqrt{K-1}\ \text{prop.}\ \frac{1}{\sqrt{T}},$$

so ergibt sich, daß

$$k\ \text{prop.}\ T \cdot 10^{\frac{96{,}1\sqrt{p s^3}\sqrt{T}}{e\sqrt{K_0-1}\cdot\sqrt{273}}}.$$

Wenn der Exponent wenig veränderlich ist, so wird k in der Tat proportional der absoluten Temperatur, andernfalls steigt es etwas rascher.

Die Größe des Exponenten und damit sein Einfluß hängt nun davon ab, ob wir die Korrektionskonstante Z oder C einführen. Bei der ersteren hat 10^B bei 288° abs. seinen theoretischen Wert 1,56 (Stickstoff) und verändert sich von 209° bis 411° abs. von 1,48 bis 1,73, d. h. über die Proportionalität von k mit der absoluten Temperatur lagert sich eine Zunahme um 16 Proz. Benutzung der zweiten Methode, bei der B noch durch 2,4 dividiert wird, gibt im selben Temperaturintervall eine Zunahme der Exponentialgröße von 1,17 bis 1,25, also nur um 6,5 Proz. Dies dürfte ganz innerhalb der Genauigkeit der Beobachtungen von Phillips sowie seines Temperaturgesetzes liegen. Somit legt der Temperaturkoeffizient der Ionenbeweglichkeit nahe, die Korrektionskonstante C vorzuziehen, bei welcher auch die Grundlage der Gleichungen, das Anziehungsgesetz nach der umgekehrten 5. Potenz der Entfernung, erhalten bleibt.

Jedenfalls wäre es von Wert, wenn der Temperaturkoeffizient noch an mehr Gasen und Dämpfen gemessen würde.

An die Temperaturabhängigkeit knüpft ferner eine Abhandlung von Sutherland[1]) an, die sich mit der von uns vertretenen Auffassung teilweise berührt. Sutherland geht von der Stefanschen Diffusionsgleichung aus, die sich von dem Langevinschen Ansatz (wenn man diesen auf rein elastische Kugeln spezialisiert) nicht unterscheidet. Der Wert von S^2 würde daher auch derselbe wie hier, soweit Sutherland normale Molekulargröße der Ionen annimmt. (Zum Teil nimmt er nur die Größe elektrolytischer Ionen an, so bei Wasserstoff.) Aus der Temperaturabhängigkeit nach Phillips leitet Sutherland nach seiner bekannten in der Gastheorie benutzten Methode die Temperaturkorrektion $1 + \frac{C}{T}$ ab, er versucht also S^2 durch $s^2\left(1 + \frac{C}{T}\right)$ darzustellen, worin C die reine Molekularanziehung und die Ionenanziehung zugleich mißt. Da aber die Ionenbeweglichkeit nur proportional T ansteigt, so sieht man sofort, daß C keinen erheblich größeren Wert haben kann, als er bei gewöhnlichen Molekularkräften vorkommt. Daher erreicht $s^2\left(1 + \frac{C}{T}\right)$ lange nicht den Wert S^2, den die Ionenbeweglichkeiten nötig machen. Darum multipliziert Sutherland die rechte Seite der Gleichung für die Ionenbeweglichkeit noch mit dem für alle Gase gleichen Faktor 8,6. Derselbe wird als eine dielektrische Reibung der Ionen, herrührend von einer dielektrischen Starrheit des Mediums, gedeutet. Diese Art der Berücksichtigung der Dielektrizitätskonstante dürfte jedoch etwas künstlich sein. Jedenfalls scheint die hier benutzte Methode, die Wirkung des Dielektrikums auf die Ionen zu berücksichtigen, wohl vorzuziehen zu sein, wenn sie auch zunächst Korrektionskonstanten nötig macht.

5. Betrachtungen über die Korrektionsgrößen.

Die Korrektionskonstanten C, Z bzw. Γ kann man in verschiedener Weise zu deuten versuchen, ohne eigentliche assoziierte Ionen anzunehmen.

Bleiben wir zunächst möglichst auf dem Boden der Langevinschen Theorie, so können die Abweichungen von derselben darin gesucht werden, daß Ion oder Molekül oder beide von der Kugelform sich entfernen, und außerdem darin, daß beim Ion die Ladung nicht in dessen Mitte anzunehmen ist. Diese Abweichungen lassen sich bei den viel größeren Kräften im

1) W. Sutherland, Phil. Mag. [6] **18**, 341, 1909.

Gegensatz zur kinetischen Gastheorie nicht mehr vernachlässigen. Bei einem einwertigen positiven Ion eines zweiatomigen Gases ist es in der Tat schwer vorzustellen, daß die Ladung sich im Zentrum befinden soll. Vielmehr wird sie nur mit dem Einen der Atome verbunden sein. Daher ist bei Berechnung des kleinsten möglichen Abstandes s der Ionenladung von Molekülzentrum nicht der Durchmesser des zweiatomigen Ions, sondern nur der des Wasserstoffs einzusetzen. Infolge der Gesetze der statistischen Mechanik müssen die kleinstmöglichen Entfernungen von Ionenladung und Molekül bei Vorübergängen oder Stößen vorherrschen, da ihnen die kleinere potentielle Energie entspricht. Auch in bezug auf das neutrale zweiatomige Molekül können wir eine ähnliche Betrachtung anstellen. Denken wir uns dieses etwa aus zwei aneinander festhaftenden Atomkugeln bestehend, so sind Berührungen des Moleküls mit dem Ion möglich, bei welcher beide Atomkugeln gleichzeitig an dem positiven Atom des Ions anliegen. Die mögliche Abnahme der potentiellen Energie ist also viel größer, als aus unserer schematischen Darstellung folgte.

Es ist nun ohne weiteres einleuchtend, daß sich die Unsymmetrien gerade bei den einfachsten Ionen und Molekülen am meisten geltend machen werden, während bei einem komplizierteren Aufbau derselben die Bedingungen der Theorie im allgemeinen besser erfüllt sein werden, zumal wegen größeren Abstandes der Zentren die Kräfte kleiner sind.

Daß man auch bei einatomigen Gasen Unsymmetrien im dielektrischen Verhalten erwarten kann, selbst wenn man Kugelform für diese Moleküle annehmen würde, wird am besten klar, wenn man die Dielektrizität nach den optischen Elektronentheorien der Dispersion erklärt. Formell kommt man, wie wir sehen werden, wieder zum Kraftgesetz von Langevin. Die Möglichkeit zu Abweichungen liegt dann darin, daß die am Molekül beweglichen Massen nicht im Mittelpunkt desselben zu liegen brauchen. Auch gibt diese Auffassung einen Anhalt zur Erklärung der verschiedenen Beweglichkeit positiver und negativer Ionen. Was das Ion anbetrifft, so wird es nämlich für den Sitz der Ladung einen Unterschied machen, ob sie von einem fehlenden oder einem überschüssigen negativen Elektron herrührt. Ebenso kann es einen Unterschied für die Lage des elektrischen Schwerpunkts eines neutralen Moleküls ergeben, ob seine negativen Elektronen vom Ion angezogen oder abgestoßen werden. Bei gleicher Lage der Massenschwerpunkte muß in letzterem Falle die Wechselwirkung etwas geringer sein. Je größer die resultierende gegenseitige Kraft ist, um so größer ist μ in Gleichung (6) und um so geringer die Ionenbeweglichkeit.

Wir leiten nunmehr die Wechselwirkung aus der Dispersionstheorie ab. Es mögen in der Volumeinheit eines Gases n Moleküle sich befinden, auf jedem seien p schwingungsfähige elektrisch geladene Massenpaare. Werden letztere um die Entfernung l voneinander getrennt, so soll eine rücktreibende Kraft $-f \cdot l$ auftreten, wo f der Proportionalitätsfaktor der harmonischen Kraft ist. Die Ladungen der einzelnen schwingenden Massen seien $+e$, also ebenso groß, wie die Ionenladungen. Wir nehmen f für alle schwingenden Teile der Einfachheit halber als gleich groß an, ferner sollen sich alle p schwingungsfähigen Massenpaare im Mittelpunkt des Moleküls befinden. Die Elongationen l sollen immer klein gegen den Molekülradius a bleiben. Nähert sich ein Ion dem Molekül auf den Abstand r, so tritt die trennende Kraft

$$\frac{e^2}{r^2} = fl \qquad (14)$$

auf. Es entsteht daher eine Anziehungskraft zwischen Ion und Molekül wie zwischen einem kurzen Magneten vom Moment pel und einem in seiner Achsenrichtung liegenden Magnetpol der Stärke e, d. h. von der Größe

$$-\frac{2pe^2l}{r^3},$$

was sich wegen (14)

$$-\frac{2pe^4}{fr^5}$$

schreiben läßt. Die Kraft ist daher wie bei Langevin wieder umgekehrt der 5. Potenz der Entfernung proportional. Die entsprechende potentielle Energie ist:

$$R' = -\frac{pe^4}{2fr^4}.$$

Wir ersetzen hierin f nach der Gleichung der Dispersionstheorie für die Dielektrizitätskonstante[1])

$$K - 1 = \frac{4\pi e^2 p n}{f}$$

und erhalten

$$R' = -\frac{(K-1)l^2}{8\pi n r^4}.$$

Damit haben wir das erste Glied der Reihe (9) von Langevin wieder gewonnen. Höhere Glieder würde man noch erhalten, wenn l nicht mehr als klein gegen r betrachtet wird.

Befinden sich nun die schwingenden Ladungen nicht im Mittelpunkt des Moleküls, so wird der kleinste Abstand zwischen Bipol und Ionenladung kleiner als ihre Radiensumme und daher wird μ

1) S. z. B. Drude, Lehrbuch der Optik, 1. Aufl., S. 353 und 356, Leipzig 1900.

in Gleichung (4) und (6) vergrößert. Dagegen bleibt der Wert von s^2 vor der Klammer in (6) bestehen. Denn zu diesem Wert konvergiert der Querschnitt, wenn die Kräfte verschwinden.

Aus unserer Überlegung folgt nicht die sich aus den Tabellen ergebende Tatsache, daß die Größe der Korrektionskonstanten noch deutlicher mit der Höhe der kritischen Temperatur als mit der Atomzahl des Moleküls parallel geht.

6. Wirkung fester elektrischer Momentenpaare auf den Molekülen.

Es ist nun weiter möglich, daß auf den Molekülen auch bei Abwesenheit äußerer Kräfte dauernd elektrische Momente infolge auf ihnen befindlicher räumlich getrennter Elementarladungen vorhanden sind. Auf solche Ladungen hat der Verfasser wohl zum ersten Male die die Molekularkräfte zurückgeführt[1]). Man kann sich vielleicht auch vorstellen, daß dieses die Anfangsmomente der Dispersionstheorie sind, welche durch äußere elektrische Kräfte nur noch vergrößert werden.

Nun sind Gründe vorhanden, daß starr mit den Molekülen verbundene elektrische Momente zur Dielektrizitätskonstante nichts beitragen, da z. B. mit der Drehung der Moleküle infolge der Momente keine Anhäufung potentieller Energie verknüpft ist. Dann müssen Kräfte zwischen den Ionen und den Molekülen infolge der Momente der letzteren bei den Vorübergängen auftreten, die nicht aus der Dielektrizitätskonstante zu berechnen sind. Bewährt sich also die Annahme, daß die festen Momente sich nicht in der Dielektrizitätskonstante eines Mediums bemerkbar machen, aber trotzdem vorhanden sind, so muß die Wirkung zwischen Ion und Molekül größer sein, als sich aus der Dielektrizitätskonstante berechnet. Und zwar treten gerade noch diejenigen Kräfte hinzu, die Sutherland (l. c.) noch in seine Konstante C einzubeziehen versucht hat.

Für das Potential der Molekularkräfte im Augenblick des Stoßes fand ich (mit anderer Bezeichnung) früher[2])

$$\frac{2 l^2 e^2}{s^3} = \frac{c' R}{N},$$

wo N die Zahl der Moleküle im Grammolekül ist. Dabei war der Einfachheit halber vorausgesetzt, daß jedes Molekül nur einen Bipol in seinem Mittelpunkt enthält und die Bipole verschiedener Moleküle ihre Achsen völlig einander zudrehen. l bedeutet jetzt die feste Länge der Bipole.

1) Diese Zeitschr., l. c., 1901. — Molekularkräfte und elektrische Ladungen. Ann. d. Phys. 10, 334—353, 1903.
2) Ann. d. Phys. 10, l. c., Gleichung (14).

Das entsprechende Potential von Ion und Molekül ist, wie eine leichte Rechnung zeigt:

$$\frac{e^2 l}{s^2}$$

oder das $\frac{s}{2l}$fache der (negativen) potentiellen Energie der gewöhnlichen Molekularkräfte. Da sich früher (l. c.) fand, daß die Länge der Bipole der 20. bis 30. Teil der Molekulardurchmesser ist, so ist also das Potential der entsprechenden Ionenkräfte das 10- bis 15fache der gewöhnlichen Molekularkräfte. Die Länge der konstanten Bipole ist merkwürdigerweise von derselben Größenordnung, wie diejenige der nach der Gleichung (14) durch das Ion erregten Bipole im Moment des Stoßes, wie eine numerische Rechnung ergibt.

Machen sich nun die festen Bipole, was wohl möglich ist, bei den einfachsten Gasen im Verhältnis zu den erregten Momenten mehr bemerkbar wie bei den komplizierteren Gasen, so hat man wieder eine Erklärung für die Korrektionskonstanten C, Z bezw. Γ und ihre Abhängigkeit von der Gasart. Gleichzeitig sind die Korrektionen in Beziehung zu den Molekularkräften gerückt, so daß Aussicht besteht, den empirischen Zusammenhang mit der Höhe der kritischen Temperatur zu erklären.

Bei der geschilderten Theorie der Molekularkräfte hatte ich von der Anwendung der statistischen Mechanik auf die Lage der Bipole abgesehen, was vielleicht deshalb gerechtfertigt ist, da Rotationen um innen ausgezeichnete Achsen des Moleküls sich, den spezifischen Wärmen nach zu urteilen, tatsächlich nicht oder unvollkommen ins Wärmegleichgewicht zu setzen scheinen.

Herr v. d. Waals jr. hat nun in zwei interessanten Abhandlungen meine Vorstellung nach den Prinzipien der statistischen Mechanik durchgeführt[1]). Auf die Notwendigkeit einer solchen Behandlung hatte ich schon früher hingewiesen[2]). Auf ganz analoge Weise wollen wir das mittlere Kraftgesetz zwischen Ion und Molekül bestimmen. Diese Aufgabe hat vor der ersteren den Vorzug, daß ihre Lösung auch für im Raume starr festgehaltene, also nicht rotierende Bipole erhalten bleibt.

Wir legen die x-Achse in die Achse des Bipols und den Nullpunkt in die Mitte desselben. Der Radiusvektor zum Ion sei r und der Winkel

1) J. D. v. d. Waals jr., On the law of molecular attraction for electrical double points. Proc. der Amsterd. Ak., S. 132—138, 1908, und Nachschrift: Versl. d. Amsterd. Ak., S. 391—393, 1908. Dem Verfasser scheint jedoch, daß der Ansatz für das Potential zweier Bipole noch einer Verbesserung fähig ist.
2) M. Reinganum, Über die molekulare Anziehung in schwach komprimierten Gasen. Arch. Néerl., Jubelband für H. A. Lorentz, S. 574—582, Schluß, 1900.

von r mit der positiven x-Richtung sei ϑ. Die potentielle Energie des Ions ist dann

$$\chi = \frac{-e^2 l x}{r^3} = \frac{-e^2 l \cos\vartheta}{r^2}.$$

Unter $2h$ verstehen wir die der absoluten Temperatur umgekehrt proportionale Boltzmannsche Konstante. Die Wahrscheinlichkeit, daß sich das Ion im Abstand r bis $r+dr$ vom Nullpunkt des Koordinatensystems befindet, ferner der Winkel mit der x-Achse zwischen ϑ und $\vartheta + d\vartheta$ liegt, ist dann

$$2\pi r^2 \sin\vartheta\, e^{\frac{2he^2 l\cos\vartheta}{r^3}}\, dr\, d\vartheta.$$

Die mittlere potentielle Energie R'' für einen beliebigen Winkel ϑ und einen Abstand r bis $r+dr$ wird

$$R'' = \frac{e^2 l}{r^2} \frac{\int_0^\pi \sin\vartheta\cos\vartheta\, e^{\frac{2e^2 l\cos\vartheta h}{r^3}} d\vartheta}{\int_0^\pi \sin\vartheta\, d\vartheta\, e^{\frac{2e^2 l\cos\vartheta h}{r^3}}}.$$

Einführung neuer Variablen ergibt

$$R'' = \frac{1}{2h} \frac{\int_{-\frac{2he^2 l}{r^3}}^{+\frac{2he^2 l}{r^3}} x\, e^x\, dx}{\int_{-\frac{2he^2 l}{r^3}}^{+\frac{2he^2 l}{r^3}} e^x\, dx}.$$

Schreibt man zur Abkürzung

$$q = \frac{2he^2 l}{r^2},$$

so folgt

$$R'' = \frac{1}{2h}\left(\frac{q(e^q + e^{-q})}{e^q - e^{-q}} - 1\right)$$

oder mit der Bezeichnung des hyperbolischen Tangens

$$R'' = \frac{1}{2h}\left(\frac{q}{\operatorname{tgh} q} - 1\right).$$

Diese Gleichung erinnert in der Form an die von Langevin für den Paramagnetismus gegebene, die ja nach gleichen Prinzipien abgeleitet ist.

Ist q klein, d. h. die Temperatur genügend hoch, so folgt unter Beibehaltung nur des ersten Gliedes der Entwicklung der Exponenten

$$R'' = \frac{q^2}{2h} = \frac{2h l^2 e^4}{r^4}.$$

Es folgt also wieder Anziehung nach der reziproken 5. Potenz der Entfernung, jedoch Abnahme umgekehrt proportional der absoluten Temperatur.

Wir können also die Kräfte der festen Bipole mit Annäherung in die Potentialkonstante F der Gleichung (8) einbeziehen, d. h. unsere Gleichungen formell beibehalten. Es entspricht dies der Einführung der Korrektionskonstante C.

Schluß.

Es wurde gezeigt, daß die große Beweglichkeit schwerer Ionen in leichten Gasen keine theoretische Unmöglichkeit ist und mit den Erfahrungen an schweren und leichten Ionen reiner Gase im Einklang steht; ferner, daß die dielektrische Theorie der Ionenwirkung noch einer Ergänzung bedarf, wofür Hinweise gegeben wurden.

Übrigens hindert nichts, die gefundene scheinbare Vergrößerung der gastheoretischen Querschnitte s^2 auf den beträchtlich größeren Wert S^2 als „Clusterbildung" zu bezeichnen, denn die wirkenden Kräfte sind ja notwendig mit Verdichtungen um das Ion verknüpft[1]). Nur würde nach unserer Auffassung der Molekülschwarm um das Ion herum dauernd seine Zusammensetzung verändern, während dies bei der mehr chemischen Auffassung der Clusterbildung nur langsam der Fall ist. Die Verschiedenheit der Erfahrungen an Dämpfen einerseits und Gasen andrerseits führte uns zur größeren Wahrscheinlichkeit der ersten, mehr physikalischen Auffassung der Clusterbildung.

1) l. c., Ann. d. Phys. **10**, Gleichung (7), 1903.

Freiburg i. Br., Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 2. Mai und 12. Juli 1911.)

Der Elektrizitätsübergang bei sehr kleinen Kontaktabständen.

Von Franz Rother.

Wenn man in üblicher Weise zwischen zwei Metalldrähten durch Aneinanderpressen mit einer Klemme oder zwischen Draht und Klemme, oder zwischen Stöpsel und Stöpselbacken elektrische Kontakte herstellt, so ist nach allem, was man weiß, kaum anzunehmen, daß an irgendeiner Stelle der Kontakt ein derartig inniger ist, daß sich nicht noch Luft zwischen den Kontakten befände. Da man kaum annehmen wird, daß sich die Luft an dem Leitungsvorgang beteiligt, so ist zu vermuten, daß der Transport der Elektrizität durch Elektronen von Metall zu Metall erfolgt, die den geringen Zwischenraum überspringen. Von diesem Standpunkt aus bietet eine Untersuchung, welche den zwischen

zwei gut definierten Metallflächen bei angelegter niederer Spannung eintretenden Strom als Funktion des einen möglichst kleinen Teil einer Lichtwelle betragenden Abstandes darzustellen versucht, großen Reiz. Auf dieser Betrachtung fußend, schlug mir Herr Professor Wiener Ende 1907 vor, eine solche Untersuchung in der Weise aufzunehmen, daß der Abstand der Kontakte durch eine Interferenzmethode bestimmt würde.

Die Untersuchungen, die bis jetzt über den Elektrizitätsdurchgang durch sehr kurze Trennungsstrecken angestellt wurden, laufen alle darauf hinaus, das an den Kontakten herrschende Potential zu bestimmen in dem Augenblick, wo eine Funkenentladung über die Trennungsstrecke einsetzt[1]). Eine notwendige Folge dieser, mit verhältnismäßig hohen Spannungen ausgeführten Versuche ist, daß die Kontakte bei jeder Entladung auf mehr oder weniger grobe Weise zerstört werden, so daß die Erscheinungen unter genau denselben Umständen nie reproduziert werden können. Es ist ferner unmöglich, Aufklärung zu erhalten darüber, welche Vorgänge sich beim Zustandekommen eines Kontaktes abspielen, ob ein Elektrizitätsübergang stattfindet, ohne daß eine Entladung infolge Lichtbogenbildung eintritt. Eine Methode zur Lösung der mir gestellten Aufgabe, die Vorgänge kurz vor dem Zustandekommen eines metallischen Kontaktes zu untersuchen, soll im folgenden näher ausgeführt werden.

Zunächst erschien es also als wünschenswert, mit möglichst geringen Spannungen zu arbeiten, um die störenden Einflüsse auf die Kontaktoberfläche auszuschalten; ferner war eine genaue Kenntnis von den einer metallischen Berührung vorhergehenden Erscheinungen nur dann zu erhoffen, falls es gelingen würde, Stromwerte, und nicht nur Entladungspotentiale, zu messen. Ein erster Versuch, bei dem zur Herstellung kleiner Kontaktabstände die magnetische Durchbiegung einer elastischen Metallplatte benutzt wurde, schlug fehl, da es selbst nachts nicht gelang, das Vibrieren der Platte zu beseitigen. Das Ziel wurde nach großem, durch diese Versuche bedingten Zeitverlust schließlich mittels eines Interferometers nach Michelsonscher Art erreicht. Die Anordnung der Optik und der Kontaktorgane ist aus Fig. 1 ersichtlich. Das eine Ende des Interferometerschlittenbettes trägt eine justierbare, plane Glasplatte, das andere den ersten Kontakt, starr befestigt. Auf dem Schlitten befinden sich eine zweite Glasplatte und der andere Kontakt. (Die Kontakte sind durch schwarze Punkte angedeutet, die Glasplatten schraffiert.) Beide Glasplatten sind nach Fabry und Perot durchlässig versilbert. Auf dieses, Interferenzringe liefernde System wird durch einen in der Mitte des Schlittens angedeuteten Spiegel das Licht der grünen Hg-Linie ($\lambda = 546$) geworfen. Mit einem mit Okularmikrometer versehenen Fernrohr wird das im durchgehenden Licht entstehende Interferenzsystem beobachtet. Einem Durchgang von zwei Ringen durch das Fadenkreuz des Fernrohrs entspricht eine Schlittenverschiebung von $1\,\lambda$ des zur Beobachtung benutzten Hg-Lichtes.

Als Kontakte dienten zuerst Iridiumspiegel, die durch Kathodenzerstäubung auf geschmolzenes Glas hergestellt waren. Letzteres bildet beim Erstarren wohl die glatteste Oberfläche, die es überhaupt gibt; mit geschmolzenen Metallen wurden nie so gute Resultate erzielt hinsichtlich einwandfreier Oberflächenbeschaffenheit. Das Iridium haftete von allen Metallen, mit denen Versuche angestellt wurden, am festesten an einer Glasoberfläche; wurden jedoch diese Kontakte zu wiederholter metallischer Berührung gebracht, so sprangen wohl infolge der großen Sprödigkeit kleine Partikelchen aus der Metalloberfläche heraus und reproduzierbare Messungen wurden dadurch zur Unmöglichkeit. Vollkommen geeignete Kontakte wurden schließlich dadurch erhalten, daß an die Enden von Metallstäbchen sphärische Flächen anpoliert wurden, und zwar ohne Benutzung eines Poliermittels, wie Pariser Rot, Zinnasche u. dergl. Die Flächen waren optisch einwandfrei. Die Stäbchen wurden in ein in einer Bernsteinplatte befindliches, metallisches Muttergewinde eingeschraubt. Die Platten waren starr an den Metallträgern befestigt (Fig. 1).

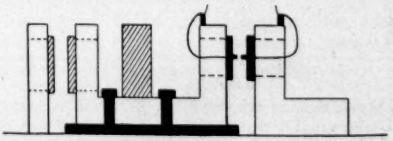

Fig. 1.

Das ganze Interferometer wurde in einen mit den nötigen Glasfenstern versehenen, aufklappbaren, gußeisernen Kasten gesetzt, der evakuiert werden konnte. Die Abdichtung erfolgte durch Gummistreifen und Quecksilber. Die nötigen elektrischen Zuleitungen erfolgten durch Bernsteinschliffe, die Feinbewegung des Schlittens geschah durch einen Stahlschliff.

1) Earhart, Phil. Mag. (6) **1**, 147, 1901; Kinsley, Phil. Mag. (6), **9**, 692, 1905; Hobbs, Phil. Mag. (6) **10**, 617, 1905; Earhart, Phys. Rev. **23**, 358, 1906; Hoffmann, diese Zeitschr. 11, 961, 1910.

In Fig. 2 ist der elektrische Teil der Anordnung dargestellt. Eine Stromquelle A ist durch einen Widerstand W (100000 Ω) geschlossen. Von diesem konnte eine beliebige Spannung abgezweigt werden; eine Leitung führte zum Kontakt K_1, eine zweite war geerdet. Von K_2 ging eine von geerdeter Hülle umgebene Leitung zu einem Quadrantenpaar eines Elektrometers E, nachdem sich herausgestellt hatte, daß die vorhandenen Galvanometer nicht die genügende Empfindlichkeit besaßen. Das andere Quadrantenpaar war geerdet, desgleichen ein Pol einer Akkumulatorenbatterie, deren zweiter an die Nadel des Elektrometers gelegt war. Endlich war noch der Eisenkasten mit dem darin befindlichen Interferometer geerdet. K_2 mit dem daran liegenden Quadrantenpaar konnte durch einen elektrostatisch geschützten Stromschlüssel auch noch

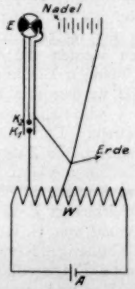

Fig. 2.

geerdet werden. Der Gang einer Messung war folgender: Nachdem die Kontakte sorgfältigst von Staub befreit waren, wurden sie eben zu metallischer Berührung gebracht; ein angelegtes kleines Potential rief sofort — d. h. der Schwingungsdauer der Nadel entsprechend — eine Aufladung des Elektrometers hervor. Diese Kontaktstellung wurde als Nullpunkt genommen, sofort kenntlich an dem sich gleichbleibenden Skalenausschlag in einer bestimmten Zeit bei gleichem, angelegten Potential. Wird nun ein kleiner Kontaktabstand hergestellt und an K_1 ein Potential gelegt, so erfolgt über die Trennungsstrecke hinweg eine allmähliche Aufladung des Elektrometers bis zu einem, dem angelegten Potential entsprechenden Höchstbetrag. Fig. 3 zeigt den ersten Teil einer Kurve, die eine derartige Aufladung veranschaulicht. Den höchsten Punkt erreicht die Kurve erst nach längerer Zeit, dann verläuft sie parallel zur

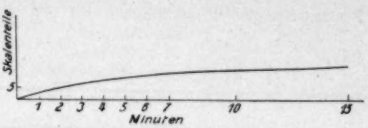

Fig. 3.

Abszissenachse. In Fig. 4 zeigen die Kurven den Entladungsvorgang in den ersten 10 Sekunden bei verschiedenen Kontaktabständen und Spannungen im Vakuum (1 mm Hg). Die Abszissen geben die angelegte Spannung, die Ordinaten den Spannungsanstieg nach 10 Sekunden. Der Abstand von 35 $\mu\mu$ war der kleinste, der hierbei einwandfrei erreicht werden konnte. Legte man bei 35 $\mu\mu$ ein höheres Potential als 1 Volt an, so stieg der Ausschlag rapid an, wie bei metallischer Berührung der Kontakte; das gleiche war bei 70 $\mu\mu$ der Fall, wenn man über

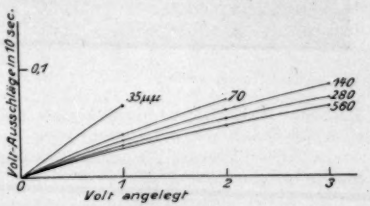

Fig. 4.

2 Volt hinausging. Es tritt unter diesen Bedingungen wohl eine Entladung in Form eines Funkens oder Lichtbogens auf. Fig. 5 stellt die Spannungsanstiege in den ersten 10 Sekunden als Funktion des Abstandes dar. Es zeigt sich, daß bei den Versuchen ein Abstand erreicht wurde (bei ca. 50 $\mu\mu$), bei dem der übergehende Strom stark zunimmt.

Die bei diesem Elektrizitätsübergang auftretenden Stromstärken liegen für 560 und 140 $\mu\mu$ zwischen $6{,}1\times10^{-14}$ und $1{,}9\times10^{-12}$ Amp., Werte, die vorläufig als Größenordnungen zu betrachten sind, da es noch nicht gelungen ist, die

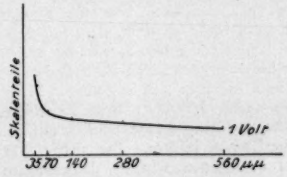

Fig. 5.

Kapazitäten der Kontaktorgane bei den verschiedenen, sehr kleinen Abständen mit absoluter Zuverlässigkeit zu bestimmen.

Die Form der zu diesen Versuchen benutzten Kontakte ist in Fig. 6 dargestellt. Der wahre

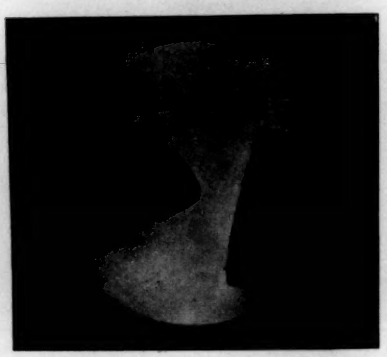

Fig. 6.

Durchmesser der benutzten zylindrischen Stäbchen aus Nickelstahl ist 1,45 mm.

Zu den vorliegenden Versuchen ist noch folgendes zu bemerken.

Die Erscheinungen erwiesen sich als vollkommen reproduzierbar, gleichviel, ob man von kleinen Abständen zu größeren überging oder umgekehrt. Sie sind also keinen Zufälligkeiten, wie Staubbildung usw. ausgesetzt. Ist Staub vorhanden, so kommt dies sofort durch grobe Unregelmäßigkeiten in den Kurven zum Ausdruck. Die Erscheinungen sind in Luft und im Vakuum bei kleinen Kontaktabständen die gleichen. Die Träger der Elektrizität sind hierbei offenbar nur die Metallelektronen; eine Ionisation durch Stoß kann bei diesen kleinen Abständen in Luft eben nicht eintreten. Nachdem die ersten Versuche in Luft wohlgelungen waren, wurde evakuiert, und die Erscheinung des Stromüberganges konnte nicht hervorgerufen werden; selbst durch Aneinanderpressen der Kontakte war die Elektrometernadel nicht mehr zu dem, dem angelegten Potential entsprechenden Ausschlag zu bringen. Es stellte sich schließlich heraus, daß das feine Schmieröl, welches sich in geringen Mengen am Interferometer befindet, beim Evakuieren verdampfte und eine dünne Schicht auf den Kontaktoberflächen bildete. Die sicher sehr langsamen Elektronen wurden dadurch am Austreten verhindert. Diese störende Erscheinung wurde für immer dadurch beseitigt, daß die Kontakte mit einem dichtschließenden Stanniolschutz umgeben wurden. Der dadurch gebildete kleine Hohlraum kommunizierte durch eine feine Öffnung mit dem Eisenkasten. Ein Schutz, bestehend aus einer dünnen Gummimembrane, war nicht zu gebrauchen, da der Gummi einen sehr feinen Staub abgab, der sich überall absetzte.

Eine Änderung des Kontaktabstandes, die optisch nicht als solche hätte erkannt werden können, wurde nie beobachtet, sofern nur die Kontakte genügend starr befestigt waren. Optisch wahrnehmbare Schlittenverschiebungen traten zu Anfang des Evakuierens auf, verschwanden aber bald hernach vollständig. Die Beobachtungen bei den kleinsten Kontaktabständen mußten des Nachts vorgenommen werden, da am Tage durch Türschließen usw. Kurzschluß der Kontakte hervorgerufen wurde. Alle in Betracht kommenden Apparate waren auf Steinpfeiler unter starker Filzzwischenlage gesetzt. Erzittern der Interferenzringe oder sonstige Vibrationen wurden nie wahrgenommen, außer bei sehr heftigen Erschütterungen.

Die Versuche werden mit andern Metallen fortgesetzt; auch wird eine noch größere Genauigkeit angestrebt. Dadurch wird gehofft, das Ziel zu erreichen, die Zahl der Elektronen von gewisser Geschwindigkeit, und die Kraft, mit der sie zum Kontakt zurückgetrieben werden, in den erreichbaren Entfernungen festzustellen. Eine Arbeit von G. Hoffmann[1]) war Veranlassung, die bisherigen Resultate mitzuteilen.

Für das große Entgegenkommen und die vielfachen Ratschläge und Anweisungen bin ich Herrn Professor Wiener und Herrn Professor Scholl zu großem Danke verpflichtet.

1) Hoffmann, diese Zeitschr. 11, 961, 1910.

Leipzig, Physikalisches Institut, den 29. Mai 1911.

(Eingegangen 30. Mai 1911.)

Die Linien H und K im Spektrum der verschiedenen Teile der Sonnenscheibe.

Von W. H. Julius.

§ 1. Ursachen der Linienverschiebungen.

Man kennt gegenwärtig vier Ursachen, wodurch helle oder dunkle Linien des Sonnenspektrums gegen die entsprechenden bei Laboratoriumsversuchen beobachteten Emissionslinien verschoben erscheinen können: Bewegung in der Sehrichtung, Druck, Magnetfelder, anomale Dispersion. Welche von diesen Ursachen in einem

gegebenen Falle vermutlich die maßgebende ist, kann man nur dadurch entscheiden, daß man von physikalischem Gesichtspunkt aus die Folgen untersucht, zu denen die verschiedenen Annahmen führen. Versucht man z. B. die häufig auftretende starke Linienverschiebung im Spektrum der Protuberanzen auf die vier verschiedenen Weisen zu erklären, so findet man alsbald, daß weder die zweite noch die dritte Annahme zu einer befriedigenden Lösung des Problems führen kann, und man weiterhin nur zwischen der ersten und vierten zu wählen hat. Andererseits kann die allgemeine Verschiebung der Fraunhoferschen Linien gegen rot, die von der Mitte der Scheibe nach dem Rande hin zunimmt, weder durch das Dopplerprinzip noch durch den Zeemaneffekt erklärt werden; man muß also vergleichen, was für Folgerungen man erhält, wenn man einmal die Erscheinung als Druckeffekt, einmal als Folge anomaler Dispersion auffaßt.

Es gibt einzelne Fälle, wo über die Ursache der Linienverschiebung wohl kaum ein Zweifel herrschen kann. So wird niemand zögern, den systematischen Unterschied im Spektrum des Ost- und Westrandes der Sonnenscheibe einer Bewegung in der Sehrichtung zuzuschreiben, oder niemand den magnetischen Ursprung derjenigen Linienteilungen im Fleckenspektrum anzweifeln, die das charakteristische Polarisationsphänomen des Zeemaneffektes zeigen. Aber solche Fälle, wo auf den ersten Blick nur eine Erklärung möglich erscheint, sind selten. Es wäre z. B. übereilt, die Verbreiterung der Linien beim Fleckenspektrum sofort magnetischen Einflüssen zuzuschreiben, wenn man noch andere Ursachen kennt, die eine solche Verbreiterung hervorrufen. In der Regel wirken verschiedene Einflüsse zusammen, und die wahrscheinliche Hauptursache eines Sonnenphänomens kann nur auf indirektem Wege, durch Ausschließen, gefunden werden, d. h. dadurch, daß andere Erklärungen zu Vorstellungen führen, die mit den allgemeinen physikalischen Begriffen nicht vereinbar sind. Und die übrigbleibende Erklärung wird natürlich um so wahrscheinlicher sein, je besser sie sich an eine Theorie anschließt, die schon eine zusammenhängende Erklärung von vielen anderen Sonnenphänomenen gibt.

§ 2. Erscheinungen bei den Kalziumlinien H und K.

Ein merkwürdiger Fall von systematischer Linienverschiebung, der bei den Kalziumlinien H und K auftritt, wurde zum ersten Male von Deslandres im Jahre 1894 beschrieben, dann 1896 von Jewell, und ist kürzlich sehr eingehend von Charles E. St. John[1]) auf Mount Wilson, und in Meudon von Deslandres[2]) untersucht worden. Das Wesentliche dieser Erscheinung ist, daß in dem Spektrum der inneren Sonnenscheibe die schmäleren, dunklen Linien H_3 und K_3 nach rot, die breiteren, hellen Linien H_2 und K_2 nach violett verschoben sind, und daß diese Verschiebung gegen den Rand zu abnimmt, während die Breite der Linien zunimmt. Wegen weiterer Einzelheiten verweisen wir auf die Arbeit von St. John.

Diese eigenartigen Erscheinungen können unmöglich durch Einfluß von Druck oder von Magnetfeldern erklärt werden. St. John, der anomale Dispersion als mögliche Ursache gar nicht in Betracht zieht, ist (ebenso wie Deslandres und Jewell[2]) so überzeugt davon, es mit einer Bewegungserscheinung zu tun zu haben, daß er die Ergebnisse seiner ausgezeichneten Untersuchungen unter dem Titel „The general circulation of the mean and high-level calcium vapor in the solar atmosphere" veröffentlichte.

Im folgenden soll aber gezeigt werden, daß alle die von St. John beschriebenen Eigenschaften der Linien H und K als Folgen anomaler Dispersion ausgelegt werden können. Infolgedessen ist man glücklicherweise nicht mehr genötigt anzunehmen, daß in der Sonnenatmosphäre beständig zwei entgegengesetzte vertikale Ströme von Kalziumdampf aufrecht erhalten werden, die aufeinandertreffen oder vielleicht aneinander vorbeigehen, oder sich durchsetzen mit Geschwindigkeiten, die 30—60mal größer sind als die Geschwindigkeit der stärksten Sturmwinde auf der Erde, und daß wunderbarerweise der Wasserstoff und die anderen Gase der Chromosphäre davon ganz unberührt bleiben. Die Erklärung durch anomale Dispersion verlangt keine so schwierigen physikalischen Vorstellungen und bietet den Vorteil, daß sie sich ungezwungen einer Theorie anschließt, die schon eine große Menge anderer Erscheinungen untereinander verknüpft.

§ 3. Der Einfluß der anomalen Diffusion auf die Lichtverteilung.

Das Licht der tiefer gelegenen Teile der Sonnenscheibe, das eine ausgedehnte, absorbierende Atmosphäre zu durchsetzen hat, wird nicht nur durch Absorption, sondern auch durch Diffusion geschwächt. Allerdings ändert die Strahlungsenergie bei der Diffusion nur ihre Richtung, nicht ihre Art (während bei Absorp-

1) Charles E. St. John, Astrophysical Journal **32**, 36—82, 1910.
2) H. Deslandres, C. R. **152**, 233—239, 1911.

tion die Art verändert wird), so daß die zerstreute Energie den Himmelskörper schließlich in der ursprünglichen Form verlassen muß. Aber da ein Teil davon immer zur Quelle zurückkehrt, können wir uns die Sache so vorstellen, als ob Zerstreuung die Strahlung verzögert und insofern, auf Zeiteinheit berechnet, abschwächt.

Für Lichtsorten, die in der Wellenlänge wenig von dem absorbierten Licht abweichen, ist der Diffusionskoeffizient bedeutend größer als für das übrige Spektrum, da nach Rayleigh sein Wert proportional dem Quadrate der Refraktionskonstanten ist, und diese letztere in der Nähe der Absorptionslinien große absolute Werte annimmt. Folglich muß durch die Diffusion die Nachbarschaft der Absorptionslinien mehr geschwächt werden als das übrige Spektrum; d. h., daß die Dunkelheit der Fraunhoferschen Linien zum Teil eine Folge der anomalen Dispersion ist. Wie diese Auffassung des Sonnenspektrums aus der Elektronentheorie folgt, ist in einer früheren Arbeit[1]) gezeigt worden. Einige dort erhaltene Resultate müssen wir jetzt in Erinnerung bringen.

Die Kurve, welche die Refraktionskonstante $R = \frac{n-1}{\Delta}$ als eine Funktion von λ darstellt, hat im Bereiche einer Absorptionslinie die im oberen Teile von Fig. 1 angegebene Gestalt. Auf beiden Seiten der Linie OP nähert sich die Kurve der nahezu horizontalen Linie $P_1 P_2$, die den Verlauf der Refraktionskonstanten darstellen würde, wenn in O ($\lambda = \lambda_0$) keine Absorptionslinie vorhanden wäre. Wenn wir die absoluten Werte der Ordinaten der Kurve R in je zwei Punkten vergleichen, die in gleichem Abstande links und rechts von O liegen, so finden wir die rechten immer größer als die linken. Daher werden alle Effekte, die mit dem absoluten Werte von $(n-1)$ zunehmen, an der roten Seite der Linie mehr hervortreten als an der violetten. Das gilt 1. für den Lichtverlust durch Diffusion, 2. für die Intensität des zerstreuten Lichtes, 3. für die Helligkeitsunterschiede, die durch Strahlkrümmung bei ungleichmäßiger Dichte des Mediums entstehen. — Es folgt daraus, daß im Mittel (d. h. abgesehen von lokalen Unregelmäßigkeiten) die Fraunhoferschen Linien sowohl als auch die Chromosphärenlinien in bezug auf die genaue Lage der Emissionslinien unsymmetrisch sind, und zwar so, daß ihr Schwerpunkt etwas nach rot verschoben ist. Man kann leicht zeigen, daß dieser Effekt von der Mitte der Sonnenscheibe aus gegen den Rand hin zunehmen muß. Die Art der Erscheinung entspricht genau den systematischen Linienverschiebungen, die vor wenig Jahren von Hale und Adams, Fabry und Buisson und anderen beobachtet, und auf Druck in der umkehrenden Schicht zurückgeführt worden sind. Meine Einwände gegen diese Auslegung und meine Gründe zugunsten einer Erklärung, die auf der Gestalt der Dispersionskurve beruht, finden sich in früheren Arbeiten[1]). Der Teil der Dispersionskurve, der zwischen dem Minimum und Maximum liegt, war dort noch nicht in Betracht gezogen worden, da der Bereich für die meisten Fraunhoferschen Linien zu schmal ist, um mit den gegenwärtigen Spektralapparaten beobachtet zu werden. Aber wir wollen jetzt unsere Betrachtungen auf diesen mittleren Teil der Kurve ausdehnen, da dies bei einigen sehr breiten Linien vielleicht Anwendung finden muß.

Der untere Teil von Fig. 1 (abgeleitet aus

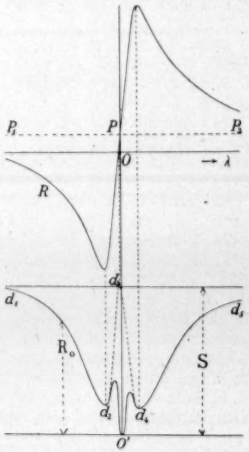

Fig. 1.

der Dispersionstheorie) zeigt für die Umgebung einer einzelnen Absorptionslinie die Intensität R_0 des Lichtes, das von der Sonnenatmosphäre durchgelassen wird, wenn für alle betrachteten Wellen die Intensität des einfallenden Lichtes S ist. Den Einfluß der Diffusion zeigt die teilweise punktierte Linie $d_1 d_2 d_3 d_4 d_5$ an, den Einfluß der Absorption der angefügte Teil mit der steilen Einsenkung bei O'. Nur wenige, in der

1) W. H. Julius, diese Zeitschr. **12**, 329, 1911.

1) Proc. Roy. Acad. Amst. **13**, 2, 1910; Astroph. Journ. **31**, 419, 1910; „Le Radium" VII, Okt. 1910.

Sonnenatmosphäre stark vertretene Gase scheinen ein derartiges Absorptionsvermögen zu haben, daß Maximum und Minimum der Dispersionskurve weit genug auseinanderliegen, um die Erscheinungen in dem Zwischengebiete wahrnehmbar zu machen.

Wo dies der Fall ist, müssen wir nach der Dispersionstheorie erwarten[1]), daß der „Schwerpunkt" der mittleren dunklen Linie nach rot, die scheinbare Emissionslinie, die davon herrührt, daß die Diffusionswirkung bei d_3 ein Minimum hat, gegen violett verschoben wird. Diese einfache Folgerung stimmt vollkommen mit der allgemeinen Erscheinung überein, die Deslandres, Jewell und St. John an den Linien H_3 und K_3, H_2 und K_2 im Spektrum der mittleren Teile der Sonnenscheibe beobachtet haben.

§ 4. Der Einfluß der anomalen Brechung auf die Lichtverteilung.

Bevor wir untersuchen, wie der Effekt sich bei Annäherung an den Rand der Sonnenscheibe verändert, müssen wir die Aufmerksamkeit auf eine andere Eigentümlichkeit der Lichtausbreitung durch materielle Stoffe lenken. Die anomale Dispersion hat nämlich nicht bloß eine anomale Diffusion zur Folge, sondern, wenn die Dichte des Mediums ungleich ist, auch eine anomale Brechung.

Die „Unregelmäßigkeiten in großem Maßstabe", gekennzeichnet durch mehr oder minder „gesetzmäßig angeordnete" Dichtegradienten (mit denen man es wahrscheinlich bei den Sonnenflecken zu tun hat[2]), wollen wir vorläufig außer acht lassen und annehmen, daß der Zustand der Sonnenatmosphäre im Mittel derjenigen heißer Gase über einem Feuer vergleichbar sei, d. h. daß die Dichtegradienten von Punkt zu Punkt nach Richtung, Größe und Vorzeichen stark wechseln. Eine sehr ausgedehnte Gasschicht, die so beschaffen ist, muß einigermaßen wie ein trübes oder zerstreuendes Medium wirken. Der optische Effekt einer solchen Atmosphäre muß ungefähr so sein, wie wenn man eine helle Fläche durch ein planparalleles Glasgefäß betrachtet, in dem z. B. Wasser und Glyzerin gerade zusammengemengt, aber noch nicht ganz vermischt sind. Diese „Diffusion durch Brechung" ist ebenso wie die molekulare Diffusion für Lichtarten aus der nächsten Nachbarschaft der Absorptionslinien besonders stark. Daher ist die Wirkung der anomalen Brechung in vielen Beziehungen ganz ähnlich wie die Wirkung der anomalen Diffusion, und insofern wird sie dieselbe einfach verstärken.

Aber wir dürfen den Unterschied zwischen den zwei Vorgängen nicht aus dem Auge verlieren. Bei der anomalen Brechung hängt die Stärke des Effekts davon ab, wie groß die Dichteunterschiede im Medium gerade sind. Er kann also an den verschiedenen Teilen der Scheibe ganz verschieden groß sein[1]), während der Effekt der molekularen Diffusion viel regelmäßiger verteilt ist; er nimmt nur allmählich von der Mitte gegen den Rand hin zu. Zweitens müssen wir beachten, daß die Richtung der Dichtegradienten einen großen Einfluß auf die Intensität des Lichtes haben kann, das in einer bestimmten Richtung ausstrahlt. Dieser Umstand verursacht ebenfalls Ungleichheiten in der Lichtverteilung, wie sie durch molekulare Diffusion nicht hervorgebracht werden könnten.

Wir können nun auf die Frage eingehen, was für Veränderungen die Lichtverteilung im allgemeinen und die Struktur der Kalziumlinien im besonderen erfahren muß, wenn man von der Mitte der Scheibe zu dem Rande übergeht.

Diese Veränderungen stehen natürlich in engem Zusammenhange mit der Tatsache, daß in den mittleren Teilen der Scheibe die Hauptquelle des Lichtes fast symmetrisch hinter der Sonnenatmosphäre liegt, am Rande aber nicht.

Ein beliebiger Punkt M der Sonnenatmosphäre wird von einem Beobachter, der sich auf der Linie MA befindet, im Sonnenmittelpunkt gesehen (Fig. 2); aber für einen Beobachter auf

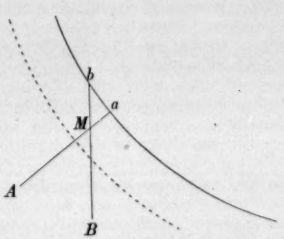

Fig. 2.

MB liegt derselbe Punkt nahe am Rande. Dem zweiten Beobachter wird das Gebiet um M viel weniger hell erscheinen als dem ersten. Das beweist, daß M in der Richtung bM viel weniger (vielleicht nur halb soviel) Licht empfängt als in der Richtung aM. Wie die Be-

1) Proc. Roy. Acad. Amst. **13**, 895, 1911; diese Zeitschr. **12**, 337, 1911.

2) Diese Zeitschr. 11, 62, 1910.

1) Die unregelmäßige Lichtverteilung in den Spektroheliogrammen kann dadurch zum Teil erklärt werden.

strahlungsstärke für eine gegebene Lichtart mit der Einfallsrichtung variiert, kann man leicht finden, wenn man die mittlere Verteilung des betreffenden Lichtes auf der Sonnenscheibe kennt.

In Fig. 3 zeigt die Linie PQ die allmähliche

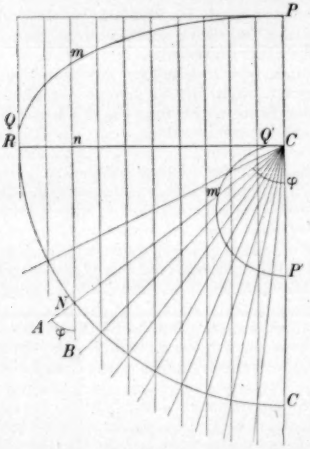

Fig. 3.

Abnahme der Helligkeit vom Mittelpunkte C gegen den Rand R der Sonnenscheibe für Licht von der Wellenlänge 405—412 $\mu\mu$, wie sie von H. C. Vogel[1]) durch spektrophotometrische Untersuchungen ermittelt wurde. RNC' sei ein Schnitt der photosphärischen Fläche, und der Beobachter befinde sich in großer Entfernung auf der Linie CC'. Dann ist klar, daß die mittlere Lichtmenge, die z. B. in N die Sonnenatmosphäre durchdringt, also in einer Richtung, die den Winkel $ANB\ (= NCC' = \varphi)$ mit der Normalen bildet, proportional zur Ordinate nm ist. Wir tragen nun auf dem Radiusvektor CN den Punkt m' so auf, daß $Cm' = mn$, und tun dasselbe bei allen anderen Radien des Schnittes RNC'. Dadurch erhalten wir eine Kurve $P'Q'$, die die Durchlässigkeit der Sonnenatmosphäre für die betreffende Lichtart als eine Funktion des Austrittswinkels φ darstellt. Mit Hilfe dieser Figur können wir nun die „Bestrahlungskurve" für einen Punkt M (Fig. 4) in der äußersten Schicht der Sonnenatmosphäre konstruieren. Zu diesem Zwecke brauchen wir nur auf allen Linien MV innerhalb des Winkels HMH, welche die Photosphäre in einem Winkel φ mit der Normalen schneiden, die zu dem betreffenden Winkel φ zugehörige Polarkoordinate der Kurve $P'Q'$ der Fig. 3 aufzutragen. Wenn wir die Enden dieser Vektoren miteinander verbinden, erhalten wir die gesuchte Bestrahlungskurve pq'. Sie weicht von der Kurve $Q'P'$ nur wenig ab, und würde, wie leicht einzusehen ist, für einen tieferen Punkt der Atmosphäre fast denselben Charakter beibehalten[1]).

1) H. C. Vogel, Ber. d. Berl. Akad., S. 101, 1877.

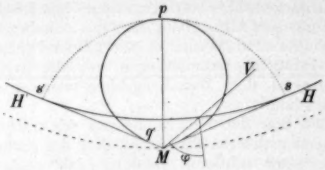

Fig. 4.

Sucht man nun nach einer Erklärung für die allgemeine Helligkeitsabnahme gegen den Rand zu, so ist das Nächstliegende, die Diffusion als Ursache anzunehmen (sowohl die molekulare als die auf Brechung beruhende). Sind doch der Diffusion alle Lichtarten unterworfen, während die Absorption nur solche trifft, deren Schwingungszahl mit den Eigenschwingungen der Elektronen in den Sonnengasen sehr nahe übereinstimmt[2]).

Das Breiterwerden der Fraunhoferschen Linien am Rande beweist, daß die Abschwächung für Lichtarten, die eine anomale Dispersion erleiden, stärker ist als für das weniger brechbare Licht der linienfreien Teile des Spektrums. Deshalb wird die Bestrahlungskurve eines Punktes M der Sonnenatmosphäre für die stärker brechbaren Lichtarten aus der Umgebung einer Absorptionslinie eine länglichere, ovalere Gestalt haben, als die in Fig. 4 nach den Beobachtungen von Vogel für mittleres violettes Licht konstruierte. Das bedeutet, daß die Intensität, womit Licht-

1) Diesen Betrachtungen liegt nur die beobachtete Tatsache, daß die Helligkeit gegen den Rand abnimmt, zugrunde; eine Hypothese über die Ursache dieser Erscheinung war bisher nicht nötig. Das Resultat rechtfertigt daher die Annahme vollkommen, auf die unsere früheren Ausführungen über die Ausbreitung des Lichts in der Sonnenatmosphäre aufgebaut wurden, nämlich daß die Intensität des Lichts, das auf ein kleines Gebiet M der Atmosphäre auftrifft, ziemlich stark mit der Richtung wechselt. (Proc. Roy. Acad. Amst. **12**, 268, 1909; diese Zeitschr. **11**, 58, 1910.) Einige Astrophysiker haben dagegen Einwand erhoben. Wenn sie dabei von der Ansicht ausgehen, daß jeder Punkt der Sonnenatmosphäre von allen Richtungen, die die Photosphäre treffen, gleichviel Licht erhält (pro Raumwinkel-Einheit), so daß die Bestrahlungskurve durch einen Kreisbogen $s'ps$ dargestellt würde, so lassen sie offenbar das oben erwähnte einfache Beobachtungsresultat ganz außer acht.

2) Proc. Roy. Acad. Amst. **13**, 888, 1911; diese Zeitschr. **12**, 323, 1911.

wellen, die z. B. den Punkten d_2 oder d_4 von Fig. 1 entsprechen, auf den Punkt M treffen, noch stärker mit der Richtung wechselt, in der sie die Photosphäre verlassen, als dies bei mittlerem Licht der Fall ist.

Diese selben Wellen (bei d_2 oder d_4) sind gleichzeitig in besonders hohem Maße einer Änderung der Fortpflanzungsrichtung durch Dichtegradienten in M unterworfen. Hätten wir es nur mit anomaler Diffusion, nicht auch mit anomaler Brechung zu tun, so würden wir finden, daß eine bestimmte Lichtart in einem bestimmten Abstand vom Rande überall dieselbe Intensität hätte. Aber die Brechung verursacht Unregelmäßigkeit. Und die Wahrscheinlichkeit, daß wir deutliche Helligkeitsunterschiede bemerken, wenn wir den Bereich M der Sonnenatmosphäre betrachten, wie er sich auf die Scheibe in einem gegebenen Abstande vom Rande projiziert, nimmt mit dem absoluten Werte von $n - 1$ zu. Aus diesem Umstand kann man z. B. eine auffallende Erscheinung bei den Spektroheliogrammen von Hale und Ellerman[1]) erklären, nämlich die allmähliche Zunahme der Kontraste bei einer Serie von Bildern desselben Bereiches, die für verschiedene Wellenlängen zwischen K_1 und K_3 aufgenommen wurde.

§ 5. Das Zusammenwirken der beiden genannten Einflüsse.

Mit Hilfe der oben besprochenen Folgerungen der anomalen Dispersion läßt sich die folgende Erklärung für die veränderliche helle K_2-Linie geben, die gewöhnlich für eine Emissionslinie gehalten wird.

Wegen zweierlei Ursachen kann die Helligkeit bei Annäherung von K_3 zunehmen.

Die eine Ursache beruht auf dem Vorhandensein der zwei kleinen (ungleichen) Maxima bei der R_0-Kurve in Fig. 1, die eine Verminderung des Lichtverlustes durch Diffusion anzeigen. Dieser Einfluß ist in allen Punkten, die gleichweit vom Zentrum entfernt sind, ungefähr gleich groß; am stärksten ist er in den mittleren Teilen der Scheibe; denn je weiter wir an den Rand kommen, desto mehr trägt das zerstreute Licht selbst zu dem gesamten austretenden Strahl bei und flacht dadurch die Kurve ab, so daß die zwei kleinen Erhebungen an Bedeutung verlieren. Der Teil des Effekts, der dieser Ursache zuzuschreiben ist, ist nur schwach selbst in der Mitte der Sonnenscheibe, aber er ist konstant: er liefert immer eine schmale, doppelte nach violett verschobene K_2-Linie und verschiebt K_3 nach rot.

Die andere Ursache beruht auf Brechung bei unregelmäßigen Dichtegradienten. In der Mitte der Scheibe kann die Brechung nur eine Verminderung der ursprünglichen Helligkeit hervorrufen, und diese Wirkung muß bei den am stärksten brechbaren Strahlen, welche d_2 und d_4 entsprechen, am größten sein; die Linie K_2, die zwischen diesen Wellen liegt, ist verhältnismäßig schmal. Aber in einigem Abstand vom Zentrum, wo die mittlere Helligkeit für alle Wellenlängen geringer wird, können es Dichtegradienten zustande bringen, daß Strahlen, welche die Photosphäre senkrecht verlassen, zum Beobachter hingebogen werden, und dadurch eine lokale Lichtverstärkung hervorbringen.

Wieder sind es die am stärksten brechbaren Strahlen bei d_2 und d_4, bei denen der Effekt am stärksten zum Ausdruck kommt. Anders ausgedrückt: außerhalb des Zentrums wird die Brechung hier und da helle Stücke zur Bildung der K_2-Linie beitragen, die Intensitätsmaxima dieser Stücke haben die meiste Aussicht, auf die Stellen d_2 und d_4 des Spektrums zu fallen. Dieser Effekt kombiniert sich mit dem oben angeführten Diffusionseffekt. Die beiden Komponenten von K_2 müssen daher im Mittel hier weiter auseinander liegen, als in der Mitte der Scheibe.

Wenn man gegen den Rand fortschreitet, so nimmt, wie schon gesagt, der erste Effekt der auf dem punktierten Teil der Diffusionskurve beruht, ab, während der zweite an Bedeutung gewinnt. Infolgedessen wächst der mittlere Abstand zwischen den zwei Komponenten von K_2 und wird am Rande so groß wie der Abstand von d_2 und d_4. Die hellen Komponenten sind hier nicht mehr von dunklen Stellen unterbrochen wie an anderen Orten der Scheibe, weil am Rande die stark zerstreuten Wellen immer die Helligkeit erhöhen.

Der Einfluß der zwei kleinen Erhöhungen der R_0-Kurve, der in der Mitte die K_2-Linie bestimmt hatte, ist am Rande verschwunden; darum ist K_3 hier breiter als in der Mitte. Außerdem haben die Verschiebungen von K_3 und K_2 nach rot bezw. violett bei Annäherung an den Rand abgenommen, denn sie beruhten auf der Asymmetrie der zwei kleinen Erhöhungen. Die Punkte d_2 und d_4, welche am Rande die mittlere Lage der K_2-Komponenten bestimmen, liegen gleichweit ab von der wirklichen Absorptionslinie.

§ 6. Schwächen der neuen und der alten Erklärungsweise.

Alles in allem stimmen die Folgerungen, die

1) Hale and Ellerman, The Rumford Spektroheliograph of the Yerkes Observatory. Publications of the Yerkes Observatory, Vol. III, Part I, 1903.

wir aus der Dispersionstheorie gezogen haben, sehr gut mit den Ergebnissen der Beobachtung überein; wir dürfen aber darüber keineswegs die Punkte aus dem Auge verlieren, wo ein Gegensatz besteht oder zu bestehen scheint. Denn nur durch Aufsuchen der Fehler hat man die Möglichkeit, seine Einsicht zu verbessern.

So müssen wir beachten, daß wir am Rande eine Asymmetrie von K_2 erwarten sollten, falls Diffusion und unregelmäßige Brechung die Ursachen der Erscheinung sind; und wenn es richtig ist, daß der absolute Wert von $n - 1$ bei d_4 größer als bei d_2 angenommen wurde, dann müßte die rote Komponente etwas stärker sein als die violette. Nun sagt aber St. John[1]): "On the plates 1 mm from the limb the emission components are very broad and strong, and, as far as the eye can judge, symmetrical". Die Messung an 30 ausgewählten Platten ergab jedoch, daß die violette Komponente im Mittel um 0,0074 Å. breiter war als die rote. Der Unterschied ist freilich nur gering, aber wenn er tatsächlich besteht und es nicht vielleicht nur ein Zufall ist, so hat unsere Theorie in ihrer jetzigen Form dafür keine Erklärung —, es sei denn, daß wir es gerade hier mit dem Falle von Asymmetrie in der Dispersionskurve zu tun haben, den ich im § 3 meiner früheren Arbeit behandelt habe[2]).

Ein anderer Fall, wo unsere Theorie vielleicht versagt, ist der folgende.

Aus den veröffentlichten Reproduktionen von Spektrogrammen, die in Meudon und auf Mount Wilson aufgenommen sind, habe ich den Eindruck gewonnen, als ob der mittlere Abstand der hellsten Stellen der K_2-Komponenten am Rande größer ist als bei lichtstarken Flocculi und Faculae, die z. B. in der Mitte zwischen Zentrum und Rand gelegen sind. Nun müßte aber nach unserer Erklärung auch in diesem Falle der Abstand der hellsten Stellen der Komponenten durch die Punkte d_2 und d_4 bestimmt sein, weil der von den zwei kleinen Erhöhungen der R_0-Kurve herrührende Teil der Helligkeit bei den Flocculi verhältnismäßig klein ist. Das heißt, wir sollten erwarten, daß K_2 im Spektrum von sehr hellen Flocculi und Faculae im Mittel nicht weniger breit sei als am Rand[3]). Sollte eine Untersuchung der Originalplatten unseren Verdacht bestätigen, daß in diesem Falle die Beobachtung den Folgerungen der Theorie widerspricht, so müßte die Theorie korrigiert, oder, wenn das unmöglich ist, verworfen werden.

Zum Schlusse muß noch auf einige Konsequenzen aufmerksam gemacht werden, zu denen die Erklärung führt, die Deslandres, Jewell und St. John von den Eigentümlichkeiten der H- und K-Linien geben.

Eine der größten Schwierigkeiten bei Annahme von auf- und absteigenden Strömungen als Ursache für die Linienverschiebung ist meiner Ansicht nach die schon eingangs erwähnte: wie ist es möglich, daß die anderen Gase der Chromosphäre durch die heftigen Kalziumorkane, die über die ganze Oberfläche der Sonne verteilt sein sollen, gar nicht mitgerissen werden?

Außerdem erhebt sich die Frage, welcher Art die Kräfte sein können, die den gleichzeitig bestehenden, auf- und absteigenden Strömen solche Geschwindigkeiten zu erteilen vermögen, und die speziell auf Kalzium wirken, nicht (oder doch nur in viel geringerem Maße) auch auf andere Gase. Hier ist eine Hilfshypothese sehr nötig.

Noch andere Schwierigkeiten gibt es, die ohne spezielle Hypothesen nicht aus dem Weg zu räumen sind. Das Breiterwerden von K_2 am Rande wird durch die allmähliche Zunahme der Schichtdichte des strahlenden Kalziumdampfes in der Sehrichtung bei Annäherung an den Rand erklärt. Dabei wird angenommen, daß ein merklicher Teil des Kalziumlichtes, das den Beobachter erreicht, 16000—62000 km[1]) fast geradlinig in einer Schicht von selektiv absorbierenden Sonnengasen zurückgelegt hat, deren mittlerer Druck auf eine Erdatmosphäre geschätzt wird[2]). Diese Vorstellung scheint der allgemein angenommenen Theorie der Diffusion und Absorption entgegenzulaufen. Überdies sollte man auf Grund derselben Erklärung erwarten, daß die absolute Helligkeit von K_2 bei Annäherung an den Rand zunehmen würde. Das ist aber nicht der Fall. Nur im Vergleich mit den benachbarten Teilen des Spektrums gewinnt K_2 an Bedeutung, aber seine absolute Helligkeit nimmt entschieden ab. Um Spektrogramme von annähernd gleicher Dichte zu erhalten, mußte St. John am Rande vier- bis fünfmal solange exponieren als in der Mitte. Die Erklärung St. Johns verlangt daher die Angabe einer weiteren Ursache, wodurch nicht nur die Gesamtstrahlung der Photosphäre, sondern auch das Kalziumlicht der Chromosphäre gegen den Rand zu abnimmt, obwohl letzteres

1) St. John, l. c., S. 54.
2) Proc. Roy. Acad. Amst. **13**, 885, 1911; diese Zeitschr. **12**, 331, 1911.
3) Bei den Messungen, aus welchen die allmähliche Zunahme der Linienbreite von K_2 und K_3 gegen den Rand hervorgeht, hat St. John, l. c., S. 48—50, absichtlich die hellen Bereiche der Faculae und Flocculi vermieden.

1) St. John, l. c., S. 66.
2) St. John, l. c., S. 43.

der Voraussetzung zufolge zunehmen sollte. Man könnte z. B. annehmen, daß die Chromosphäre von einer ziemlich dünnen Schicht eines Mediums umgeben ist, das die Eigenschaft hat, alle Lichtarten in einem bestimmten Maße zu absorbieren.

Solche Hilfshypothesen brauchen nicht eingeführt zu werden, wenn wir die Erscheinungen, welche die Kalziumlinien im Spektrum der verschiedenen Teile der Sonnenscheibe zeigen, durch die Theorie des Lichtdurchgangs durch ausgedehnte Gasmassen erklären[1]).

1) Während der Korrektur kommt mir eine neue, schöne Arbeit von St. John zur Hand: „Motion and condition of calcium vapor over sun-spots and other special regions" (Contributions from the Mount Wilson solar Observatory No. 54), durch welche die Verhältnisse, aus dem Gesichtspunkte der Dispersionstheorie betrachtet, wiederum merklich an Klarheit zu gewinnen scheinen.

(Nach Proceedings of the Royal Academy of Amsterdam 13, 1263—1273, 1911, aus dem Englischen übersetzt von Hilde Barkhausen.)

(Eingegangen 26. Mai 1911.)

VORTRÄGE UND REDEN.

Energie und Temperatur[1]).

Von Max Planck.

Der ehrenvollen Einladung, an dieser durch rastlose wissenschaftliche Arbeit geweihten Stätte ein Thema meines engeren Arbeitsgebietes zu behandeln, glaube ich nicht besser entsprechen zu können, als indem ich versuche, Ihnen über ein Problem zu berichten, welches gegenwärtig geradezu im Mittelpunkt der thermodynamischen Forschung steht: es ist die Frage nach dem Zusammenhang zwischen Temperatur und Energie. Ich habe dieses Thema um so lieber gewählt, weil ich damit nachträglich gerne auch ein Scherflein beitragen möchte, um in der Stadt seines Wirkens das Andenken des unsterblichen Henry Victor Regnault zu ehren, dem die klassische Thermodynamik ihre wichtigsten Zahlen verdankt, und dessen hundertjährige Geburtstagsfeier noch heute in der physikalischen Welt nachklingt.

Dem Fernerstehenden scheint die Frage, wie sich Temperatur und Energie zueinander verhalten, höchst einfach und elementar zu sein, und ebenso leicht zu beantworten, wie sie gestellt wird. Indessen hoffe ich bald zeigen zu können, daß dies durchaus nicht der Fall ist, daß hinter dieser Frage große Schwierigkeiten, geheimnisvolle Rätsel stecken, und daß erst in der allerneuesten Zeit sich eine Aussicht eröffnet hat, der endgültigen Lösung dieses Fundamentalproblems der Thermodynamik merklich näher zu kommen.

Es wird wohl nicht zuviel gesagt sein, wenn man behauptet, daß die exakte thermodynamische Forschung von dem Zeitpunkt ab datiert, als man unterscheiden lernte zwischen den Begriffen der Temperatur und der Wärmemenge. Das Thermometer und das Kalorimeter bildeten seitdem die wichtigsten Meßinstrumente der Wärmelehre, beide wurden mit der Zeit in bewunderungswürdiger Weise vervollkommnet, und mit der Genauigkeit der Messungen ging Hand in Hand die Genauigkeit der Definitionen, ohne welche auch die feinste Messung keinen Wert besitzt. Denn während sich die Wärmemenge als eine besondere Form der Energie darstellte und durch die Kenntnis des mechanischen Wärmeäquivalents direkt in das absolute mechanische Maß der Energie übergeführt werden konnte, ergab sich eine vollkommen exakte, auch für Präzisionsmessungen brauchbare Definition der Temperatur aus der Anwendung des zweiten Hauptsatzes der Wärmelehre, des Carnot-Clausiusschen Prinzips, einerseits auf die molekulare Wärme, andererseits auf die strahlende Wärme. Wir dürfen also mit gutem Recht annehmen, daß sowohl Wärmemengen als auch Temperaturen mit einer Genauigkeit bestimmt werden können, welche lediglich durch die Leistungsfähigkeit der Messungsinstrumente beschränkt ist und mit deren Verbesserung unbegrenzt zunimmt.

Wenn nun aber auch dieses Ziel mit aller wünschenswerten Annäherung erreichbar erscheint, so müssen wir doch weiter fragen: In welchem allgemeinen Zusammenhang steht nun der Begriff der Temperatur mit dem der Energie? — Wer sich lediglich auf den Standpunkt der reinen Energetik stellt, wird vielleicht sagen: „Die Temperatur ist ein Faktor der Energie, die Temperatur verhält sich zur Wärmeenergie wie die mechanische Kraft zur mechanischen Arbeit, wie das elektrische Potential zur elektrischen Energie. Die Temperaturdifferenz zweier Körper ergibt die Richtung des Wärmeübergangs zwischen ihnen, genau ebenso wie die mechanische Kraft die Richtung der Bewegung, oder die Potentialdifferenz die Richtung des elektrischen Stromes."

1) Vortrag, gehalten am 21. April 1911 in Paris, bei der Ostertagung der Französischen Physikalischen Gesellschaft.

Wer so spricht, übersieht dabei den wesentlichen Punkt, daß eine Bewegung auch in der Richtung gegen die Kraft, eine elektrische Strömung auch in der Richtung gegen das Potentialgefälle erfolgen kann, während ein Strömen der Wärmeenergie in der Richtung gegen das Temperaturgefälle absolut unmöglich ist. Schon die Existenz einer Größe mit den Eigenschaften, wie sie die Temperatur besitzt, ist etwas Einzigartiges in der ganzen Physik. Daß zwei Körper, welche mit einem dritten im Wärmegleichgewicht stehen, auch untereinander im Wärmegleichgewicht sind, ist nicht selbstverständlich, sondern sehr merkwürdig und wichtig. Denn für das elektrische Gleichgewicht besteht kein analoger Satz. Dies erkennt man sogleich, wenn man einen Kupferstab, ebenso einen Zinkstab mit dem einen Ende in verdünnte Schwefelsäure taucht, und dann die beiden anderen Enden miteinander metallisch leitend verbindet. Dann zeigt sich kein elektrisches Gleichgewicht, sondern ein elektrischer Strom, der so lange andauert, bis die Oberfläche des Kupfers sich chemisch merklich verändert hat.

Es ist bekannt, daß alle speziellen Beziehungen, welche für das thermodynamische Gleichgewicht gelten, durch den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik in vollständiger und mit der Erfahrung genau übereinstimmender Weise dargestellt werden. Aber mit dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik allein kommen wir hier nicht aus. Die reine Thermodynamik in allen Ehren — sie hat die physikalische Wissenschaft unermeßlich bereichert —, aber bei ihr können und dürfen wir nicht stehen bleiben; denn sie lehrt uns ebensowenig etwas über die Größen und die Größenbeziehungen der Konstanten, welche für die thermodynamischen Eigenschaften der Körper charakteristisch sind, als über den zeitlichen Verlauf irreversibler Vorgänge, wie den der Wärmeleitung und Wärmestrahlung, der Diffusion, der chemischen Reaktionen. Nach der reinen Thermodynamik könnte das Verhältnis der beiden spezifischen Wärmen ebensowohl gleich 2 wie gleich 100 sein, und das Wärmeleitungsvermögen eines Gases könnte ebensowohl 100000mal so groß wie 100000mal so klein sein als das eines Metalls.

Hier können nur atomistische Vorstellungen vorwärts bringen, vor allem die der kinetischen Gastheorie. Diese Theorie ergibt nun, als Folgerung aus dem Gesetz von Gay Lussac und Avogadro, daß die Temperatur eines vollkommenen Gases repräsentiert wird durch die mittlere Energie der fortschreitenden Bewegung eines einzelnen Gasmoleküls, ganz unabhängig von dem Molekulargewicht.

Dieser einfache, der unmittelbaren Anschauung leicht zugängliche Satz scheint nun ein Licht zu werfen auf die große von uns aufgeworfene Frage nach dem Zusammenhang zwischen Energie und Temperatur. Denn er ist offenbar leicht der Verallgemeinerung fähig auf unvollkommene Gase, Dämpfe, Flüssigkeiten und feste Körper. Man braucht nur anzunehmen, daß das Wärmegleichgewicht zwischen zwei Körpern dann hergestellt ist, wenn die einzelnen Moleküle der beiden aneinandergrenzenden Körper gleiche mittlere Energie ihrer Bewegung besitzen, und dies läßt sich leicht verstehen, indem man sich vorstellt, daß die Moleküle der beiden Körper bei ihren wechselseitigen zahlreichen Zusammenstößen ihre Energien in der Weise miteinander austauschen, daß schließlich ein gewisser statistischer Gleichgewichtszustand resultiert, in welchem die mittleren Energien der Bewegungen sich gegenseitig ausgeglichen haben.

In der Tat ist es L. Boltzmann und J. W. Gibbs gelungen, aus den allgemeinen Hamiltonschen Bewegungsgleichungen mit Hilfe von Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen einen allgemeinen Satz abzuleiten, welcher gegenwärtig als das Prinzip der gleichmäßigen Energieverteilung bezeichnet wird. Hiernach kommt beim statistischen Gleichgewicht irgendeines von vielen Variablen abhängigen Systems auf jede unabhängige Zustandsvariable, welche überhaupt Einfluß auf die Energie des Systems besitzt, im Mittel der nämliche Betrag von Energie.

Nun gehören zu den unabhängigen Variablen eines Körpers, sei er fest, flüssig oder gasförmig, nach der kinetischen Auffassung unter allen Umständen die Geschwindigkeitskomponenten seiner Moleküle, folglich ist in einem aus beliebig vielen festen, flüssigen und gasförmigen Körpern bestehenden System beim statistischen Gleichgewicht nach dem Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung die mittlere Energie einer jeden Geschwindigkeitskomponente eines jeden Moleküls für sämtliche Körper die nämliche, und es ist daher evident, daß die thermodynamische Bedingung des Wärmegleichgewichts in vollkommenen Einklang gebracht ist mit den Sätzen der statistischen Mechanik, wenn die Temperatur eines Körpers ganz allgemein aufgefaßt wird als ein Maß für die mittlere kinetische Energie irgendeiner Geschwindigkeitskomponente irgendeines seiner Moleküle, oder noch allgemeiner gesprochen: als ein Maß für die mittlere Energie, die irgendeiner unabhängigen Variablen des Körpers zukommt.

Somit scheint in dem Satz der gleichmäßigen Energieverteilung die endgültige Antwort auf die Frage nach dem Zusammenhang zwischen Temperatur und Energie gefunden zu sein, und man muß gestehen, daß die überaus große

Einfachheit und Anschaulichkeit dieses Satzes leicht dazu verleiten kann, ihm eine fundamentale Bedeutung für die Thermodynamik zuzuschreiben. Diese Auffassung wird noch bestärkt durch verschiedene auffallende Bestätigungen, zu denen sie geführt hat.

Wenn die Temperatur zugleich die mittlere Energie einer einzelnen Variablen darstellt, so erhält man die Gesamtenergie eines Körpers einfach durch Multiplikation seiner Temperatur mit der Anzahl der unabhängigen Variablen, die seinen Zustand bestimmen. Daher ergibt dann die Wärmekapazität bei konstantem Volumen unmittelbar die Anzahl dieser unabhängigen Variablen, oder, wie man auch sagen kann, die Anzahl der Freiheitsgrade des Körpers. Ein besonderer Zufall hat es gefügt, daß in den gebräuchlichen Einheiten für Wärmemenge, Temperatur und Grammolekül die Molekularwärme auch numerisch direkt gleich ist der Anzahl der Freiheitsgrade im wirklichen Molekül.

In einem einatomigen Gase z. B. sind, falls man die Atome als materielle Punkte voraussetzt und von ihren gegenseitigen Anziehungen absieht, die einzigen für die Energie in Betracht kommenden Freiheitsgrade die drei Geschwindigkeitskomponenten der Atome. Daher ist die Atomwärme eines solchen Gases bei konstantem Volumen in den gebräuchlichen Einheiten gleich 3, wie es der Messung entspricht. In einem festen Körper dagegen kommen zu den drei Geschwindigkeitskomponenten eines Atoms noch die drei Koordinaten, welche die Verschiebung des Atoms aus seiner Gleichgewichtslage und dadurch seine potentielle Energie bestimmen, und dementsprechend ist die Atomwärme eines festen Körpers gleich 6, in tatsächlicher naher Übereinstimmung mit dem Dulong-Petitschen Gesetz. Die Abweichungen von diesem Gesetz, namentlich das bei allen Substanzen beobachtete Anwachsen der spezifischen Wärme mit der Temperatur, lassen sich durch das Auftreten neuer Freiheitsgrade bei stärkerer Lockerung der Atome im Molekülverband erklären, und der Umstand, daß das Anwachsen nicht sprungweise, sondern kontinuierlich erfolgt, könnte darauf zurückgeführt werden, daß die Moleküle nicht alle gleichzeitig, sondern nach und nach gelockert werden.

Nach diesen augenscheinlichen Erfolgen ist es kein Wunder, daß Boltzmann den Satz der gleichmäßigen Energieverteilung in den Mittelpunkt der kinetischen Wärmelehre stellte, und daß wohl auch heutzutage noch zahlreiche Physiker zu der nämlichen Auffassung neigen, indem sie die Wegräumung einzelner noch bestehender Schwierigkeiten und Ungereimtheiten getrost der Zukunft überlassen zu können glauben.

Demgegenüber möchte ich nun zunächst darzulegen suchen, daß dieser Standpunkt sich heutzutage nicht mehr aufrecht erhalten läßt, und daß neuere Erfahrungen, im Verein mit älteren, schon länger bekannten, uns dazu zwingen, dem Satz von der Gleichmäßigkeit der Energieverteilung seine prinzipielle Bedeutung für das statistische Wärmegleichgewicht abzuerkennen.

Ich beginne mit der Besprechung älterer Schwierigkeiten. Ein zweiatomiges Molekül, wie das von Wasserstoff, Sauerstoff oder Stickstoff, besitzt, wenn man die Atome als frei bewegliche materielle Punkte betrachtet, 9 Freiheitsgrade, nämlich die 6 Geschwindigkeitskomponenten der beiden Atome, und die 3 Projektionen des Abstands der Atome auf die 3 Koordinatenachsen. Aber die Molekularwärme bei konstantem Volumen ist nicht 9, wie man danach erwarten sollte, sondern nur 5. Und so ist es in allen ähnlichen Fällen. Die Molekularwärme ist immer kleiner, als man nach der Anzahl der Freiheitsgrade erwarten sollte. Aber das ist noch nicht alles. Auch das Molekül eines einatomigen Gases, wie z. B. von Quecksilber, ist sicher kein materieller Punkt, wie schon der flüchtige Anblick des Quecksilberspektrums mit seinen unzählig vielen feinen Linien zeigt. Wenn jeder dieser Linien auch nur ein einziger Freiheitsgrad im Sinne der statistischen Wärmelehre entsprechen würde, so müßte die Atomwärme des Quecksilberdampfes bei konstantem Volumen nicht 3, wie in Wirklichkeit, sondern jedenfalls über 1000 betragen.

Es versteht sich, daß Boltzmann diese Schwierigkeiten nicht entgingen, und daß er sich über die unbequem große Zahl von Freiheitsgraden, die sich ihrer Feststellung durch Wärmemessungen so hartnäckig entziehen, Rechenschaft zu geben suchte. Weginterpretieren ließen sich die Freiheitsgrade nicht. So suchte er denn den unerwartet geringen Einfluß, welchen die Bewegungen der Atome im Molekül auf die spezifische Wärme des Moleküls besitzen, zu erklären durch eine Verzögerung der Herstellung des vollständigen statistischen Gleichgewichts. Er nahm an, daß innerhalb der zur Beobachtung der spezifischen Wärme aufgewendeten Zeit die Schwingungen der Bestandteile eines Moleküls gegeneinander sich nicht merklich ändern und erst in späterer Zeit sich sehr langsam ins Wärmegleichgewicht mit der fortschreitenden Bewegung der Moleküle setzen, so daß dieser Vorgang nicht mehr der Beobachtung zugänglich ist. Danach müßte also die Temperatur eines vor jeglicher äußerer Wärmeleitung absolut geschützten Gases sich von selber langsam ändern. Von einem derartigen Phänomen ist aber bis jetzt nicht das geringste bemerkt

worden. Im Gegenteil: die Messung der spezifischen Wärme mit Hilfe schneller Schallschwingungen hat merklich dieselben Resultate geliefert, wie die direkten kalorimetrischen Messungen.

Schwieriger noch wird die Sachlage bei den festen Körpern, namentlich denen, welche gute Leiter der Wärme und der Elektrizität sind: den Metallen. Die durch mannigfache Anwendungen wohlbewährte neue Elektronentheorie nimmt an, daß die Träger der geleiteten Wärme und der geleiteten Elektrizität hauptsächlich die sogen. freien Elektronen sind, welche zwischen den Metallmolekülen hin und her fliegen. Würde man jedem solchen Elektron, entsprechend seinen 3 Geschwindigkeitskomponenten, 3 Freiheitsgrade zuschreiben, wie es sich doch für ein Elektron gehört, wenn es den Ehrennamen „frei" wirklich verdienen soll, so müßte die Molekularwärme eines Metalls jedenfalls erheblich größer als 6 sein.

In allen bisher angeführten Beispielen schlummert der Widerspruch gewissermaßen nur latent; man konnte immerhin hoffen, daß durch eine glückliche Modifikation der Grundvorstellungen die Schwierigkeit noch einmal behoben werden könnte. Zum ersten offenen Konflikt mit der Erfahrung kam das Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung bei seiner Anwendung auf die Gesetze der Strahlung schwarzer Körper. Die strahlende Wärme läßt sich nicht nur an sich genauer messen als die geleitete Wärme, sondern sie läßt sich auch durch das Verfahren der spektralen Zerlegung viel feiner im einzelnen charakterisieren, als das bei der geleiteten Wärme der Fall ist, die immer nur als ein unzerlegbares Ganzes auftritt. Daraus ist es zu erklären, daß die Forschungen auf dem Gebiet der Wärmestrahlung es waren, die in diese Verhältnisse zunächst etwas mehr Klarheit brachten.

J. H. Jeans hat, wie ich meine, unwiderleglich nachgewiesen, daß das Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung, angewendet auf die Vorgänge der Wärmestrahlung, für das normale Spektrum eine Energieverteilung liefert, die dadurch charakterisiert ist, daß die spektrale Strahlungsintensität direkt proportional ist der Temperatur und umgekehrt proportional der vierten Potenz der Wellenlänge. Je kleiner nämlich die Wellenlänge ist, um so größer ist die Schwingungszahl, und um so mehr Freiheitsgrade entsprechen daher einer räumlich verteilten Strahlung von bestimmter spektraler Breite.

Es liegt auf der Hand, daß bei diesem Energieverteilungsgesetz gar keine bestimmte Energieverteilung über das ganze Spektrum, also auch kein wirkliches thermodynamisches Gleichgewicht möglich ist. Denn bei einem solchen müßte doch jedenfalls mit unbegrenzt abnehmender Wellenlänge die spektrale Strahlungsintensität schließlich wieder verschwindend klein werden. Daraus zog Jeans aber nicht den Schluß, daß das Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung hier nicht stichhält, sondern er suchte den Ausweg nach ähnlicher Richtung, wie früher Boltzmann, indem er den zeitlichen Verlauf der Strahlungsvorgänge heranzog. Nach ihm sollte es bei einer in einem Hohlraum eingeschlossenen Strahlung tatsächlich gar nicht zu einem wirklichen thermodynamischen Gleichgewicht kommen, sondern es sollten die stets in erneuter Menge erzeugten Strahlen kürzester Wellenlänge fortwährend durch die Wände des Hohlraumes nach außen hin durchdiffundieren, ähnlich wie es die härteren Röntgenstrahlen tun. Aber diese Anschauung läßt sich noch schwerer als die analoge von Boltzmann aufrecht erhalten. Denn, wie besonders O. Lummer und E. Pringsheim gezeigt haben, widerspricht sie direkt allen Erfahrungen. Da nun wohl jeder andere Ausweg verschlossen ist, so war hier zum ersten Male eine wirkliche Bresche gelegt in die allgemeine Gültigkeit des Satzes von der gleichmäßigen Energieverteilung.

Aber es sollte noch deutlicher kommen. Die spezifische Wärme fester Körper zeigt bei abnehmender Temperatur durchgehends die Tendenz, an Größe abzunehmen, und in der neuesten Zeit hat W. Nernst sowohl experimentell durch Messungen bei der Temperatur des siedenden Wasserstoffes als auch theoretisch durch die Anwendungen seines neuen Wärmetheorems es fast zur Gewißheit erhoben, daß die spezifischen Wärmen aller festen und flüssigen Körper bei unbegrenzt abnehmender Temperatur gegen verschwindend kleine Werte konvergieren. So besitzt z. B. Kupfer bei der Temperatur des siedenden Wasserstoffes nicht mehr den zwanzigsten Teil der spezifischen Wärme bei gewöhnlichen Temperaturen! Wie soll man sich nun diese Tatsache durch das Prinzip der gleichmäßigen Energieverteilung erklären? Wie soll man überhaupt nur erklären, daß die Molekularwärme irgendeines Körpers kleiner als 3 ist? Denn sobald man ein Molekül überhaupt als beweglich im Raume voraussetzt, bilden seine Geschwindigkeitskomponenten 3 Grade von Bewegungsfreiheit. Es bliebe wohl nur die Annahme übrig, daß die Moleküle eines festen oder flüssigen Körpers sich bei tiefen Temperaturen teilweise zu starren Klumpen zusammenballen, die sich nur als Ganzes bewegen können. Dann wäre die Bewegungsfreiheit des Körpers entsprechend eingeschränkt. Aber dann bleiben noch alle diejenigen Bewegungen übrig, auf denen die Emission und die Absorption strahlender Wärme aller Wellenlängen beruht, und

diese sind doch gewiß sehr feiner Art und bilden eine Zahl von Freiheitsgraden, welche die Anzahl der Moleküle sicher um mehr als das Dreifache übersteigt.

Angesichts dieses Tatsachenmaterials kann wohl kein Zweifel mehr bestehen über die absolute Notwendigkeit des Schlusses, daß das Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung in der Thermodynamik nicht die fundamentale Rolle spielt, welche man ihm eine Zeitlang angewiesen hat. Und damit wird unser Hauptproblem, die Frage nach dem Zusammenhang zwischen Temperatur und Energie, wieder von neuem akut. Denn wenn im statistischen Gleichgewicht die mittlere Energie sich nicht gleichmäßig auf alle Freiheitsgrade verteilt, so kann die mittlere Energie eines einzelnen Freiheitsgrades unmöglich ein Maß für die Temperatur abgeben, die doch im Gleichgewichtszustand sicherlich überall die nämliche ist.

Wie sollen wir nun vorgehen, um aus diesem schwierigen Dilemma herauszukommen? Sollen wir den Satz der gleichmäßigen Energieverteilung für vollständig falsch erklären und nach etwas gänzlich Neuem suchen? Nein, gewiß nicht. Denn dieser Satz hat sich doch in gewissen Gebieten, so namentlich bei einatomigen Gasen und bis zu einem gewissen Grade auch bei festen Körpern, auffallend bewährt. Er enthält also sicherlich einen Teil der Wahrheit. Aber er enthält nicht die ganze Wahrheit. Wir müssen also wohl annehmen, daß er eine unzulässige Verallgemeinerung eines an sich richtigen Prinzips vorstellt. Und um zu der richtigen Verallgemeinerung zu gelangen, müssen wir den Weg, der zum Satz der gleichmäßigen Energieverteilung geführt hat, zurückgehen, müssen den Punkt ausfindig machen, wo der Irrweg sich abzweigte, diesen aber jetzt vermeiden und statt dessen den richtigen Weg einschlagen.

Indem wir diesen Plan zur Ausführung bringen, bedenken wir zunächst, daß, wie oben erwähnt, der Satz der gleichmäßigen Energieverteilung abgeleitet wurde durch Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf das statistische Gleichgewicht. Diesen Ausgangspunkt halten wir auch im folgenden fest; denn ohne Einführung statistischer Betrachtungen scheint ein Verständnis für die charakteristischen Eigentümlichkeiten des Wärmegleichgewichts nicht möglich zu sein, gerade im Gegensatz zum mechanischen und zum elektrischen Gleichgewicht.

Der Zustand des statistischen Gleichgewichts ist nun vor allen anderen bei der nämlichen Gesamtenergie möglichen Zuständen durch das Maximum der Wahrscheinlichkeit ausgezeichnet. Wenn also zwei, im übrigen isolierte, Körper 1 und 2 miteinander Wärmeenergie durch Leitung oder Strahlung austauschen können, so stehen sie dann miteinander im statistischen Gleichgewicht, wenn ein Wärmeübergang zwischen ihnen keine Erhöhung der Wahrscheinlichkeit mehr hervorbringt. Ist nun $W_1 = f(U_1)$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der erste Körper die Energie U_1 besitzt, $W_2 = \varphi(U_2)$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der zweite Körper die Energie U_2 besitzt, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der erste Körper die Energie U_1 und zugleich der zweite Körper die Energie U_2 besitzt: $W_1 \cdot W_2$, und die Bedingung des Maximums dieser Größe lautet:

$$d(W_1 W_2) = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{dW_1}{W_1} + \frac{dW_2}{W_2} = 0,$$

wobei als feste Bedingung gilt: $dU_1 + dU_2 = 0$, da die Gesamtenergie $U_1 + U_2$ sich nicht ändern kann. Es folgt daraus:

$$\frac{1}{W_1} \cdot \frac{dW_1}{dU_1} = \frac{1}{W_2} \cdot \frac{dW_2}{dU_2}$$

als Bedingung des statistischen Gleichgewichts.

Wenn wir nun das Wärmegleichgewicht mit dem statistischen Gleichgewicht identifizieren und bedenken, daß die Bedingung des Wärmegleichgewichts durch die Gleichheit der Temperaturen der beiden Körper ausgedrückt wird, so erhellt unmittelbar, daß wir eine vollständige Übereinstimmung der Statistik mit der Thermodynamik dann erzielen, wenn wir ganz allgemein die Größe $\frac{1}{W}\frac{dW}{dU} = \frac{d \log W}{dU}$ als ein Maß der Temperatur eines Körpers ansehen, und demgemäß setzen:

$$k \cdot \frac{d \log W}{dU} = \frac{1}{T}. \qquad (1)$$

Daß wir gerade den reziproken Wert und nicht irgendeine andere Funktion der Temperatur nehmen, wird lediglich durch den Anschluß an die konventionelle Temperaturskala gerechtfertigt. Prinzipiell genommen leistet jede andere Funktion der Temperatur denselben Dienst. Die Konstante k hängt nur von den willkürlichen Einheiten für Energie und Temperatur ab.

Die letzte Gleichung dürfen wir als die allgemeinste Beantwortung der aufgeworfenen Frage nach dem Zusammenhang zwischen Energie und Temperatur betrachten. Sie ist natürlich nahe verwandt mit der bekannten Gleichung der Thermodynamik:

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dU},$$

aber sie hat doch eine ganz andere Bedeutung. Denn in der reinen Thermodynamik dient diese Gleichung nur als Definition der Entropie S, spricht also an sich genommen überhaupt kein

physikalisches Gesetz aus, während hier eine Beziehung zwischen Größen aufgestellt wird, welche alle schon vorher unabhängig voneinander definiert sind. Daher gelangen wir auf diesem Wege auch zu einer von der rein thermodynamischen verschiedenen Definition der Entropie:

$$S = k \log W,$$

welche von der physikalischen Bedeutung der Entropie eine viel anschaulichere Vorstellung gewährt, als die rein thermodynamische Definition, deren eigentlicher Sinn ja so manchem Jünger der Wissenschaft den Kopf schon recht heiß gemacht hat. Für unsere jetzigen Zwecke können wir aber, wenn wir uns direkt an die Wahrscheinlichkeit W halten, die Hilfsgröße S ganz entbehren.

Erscheint somit unser Hauptproblem durch die neu gewonnene Beziehung um einen prinzipiellen Schritt gefördert, so wäre es doch erst dann als vollständig gelöst zu betrachten, wenn es gelungen ist, die Wahrscheinlichkeit W als Funktion der Energie U wirklich anzugeben, und dies ist bis heute im allgemeinen noch nicht möglich. Doch lassen sich immerhin eine Anzahl wichtiger Fälle namhaft machen, in welchen die Berechnung der Wahrscheinlichkeit W tatsächlich ausgeführt werden kann. Die Methoden, die zu einer solchen Berechnung führen, sind zuerst von Boltzmann und von Gibbs entwickelt worden, und zwar unter der Voraussetzung der Gültigkeit der allgemeinen Hamiltonschen Bewegungsgleichungen und des daraus abgeleiteteten Satzes von Liouville.

Ich nenne zuerst den Fall eines vollkommenen Gases, bestehend aus N einatomigen Molekülen. Hierfür ergibt sich

$$W = U^{\frac{3N}{2}} \cdot \text{konst.},$$

wobei die Konstante unabhängig ist von der Energie U des Gases, folglich durch Substitution in die Gleichung (1):

$$\frac{1}{T} = k \cdot \frac{1}{U} \cdot \frac{3N}{2}, \quad U = k \cdot \frac{3N}{2} \cdot T.$$

Wenn k bekannt ist, so kann man daraus, da U und T direkt gemessen werden, die absolute Atomzahl N berechnen. Für die mittlere Energie eines Atoms ergibt sich $\frac{3k}{2}T$, und für die Atomwärme $\frac{3k}{2}$, also unabhängig von der Natur des Gases, ganz entsprechend dem Satze der gleichmäßigen Energieverteilung bei drei Freiheitsgraden, indem jeder Freiheitsgrad die Wärmekapazität $\frac{k}{2}$ besitzt. Der Faktor 2 im Nenner rührt davon her, daß die Energie quadratisch von der Geschwindigkeit abhängt.

Will man die Wahrscheinlichkeit W für ein mehratomiges Gas berechnen, so ist dazu eine Voraussetzung nötig über die Anzahl der unabhängigen Freiheitsgrade, mit denen die einzelnen Atome, Ionen und Elektronen sich im Molekül bewegen. Und hier offenbart sich nun der Punkt, von dem aus der oben von uns konstatierte Irrweg zum Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung führt. Denn wenn man sämtliche Bestandteile eines Moleküls als frei beweglich annimmt und darauf die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen anwendet, so ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit W ein Ausdruck von ganz der nämlichen Form, wie oben bei einem einatomigen Gas, nur daß an Stelle der Zahl 3 die Zahl n der Freiheitsgrade des Moleküls tritt, und damit gelangt man unweigerlich zum Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung, d. h. zu einem eklatanten Widerspruch mit der Erfahrung.

An dieser Stelle also muß die Korrektur einsetzen. So naheliegend und verlockend auch die bisher stets gemachte Annahme ist, daß die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen auch für die feinen schnellen Vorgänge im Innern eines Moleküls oder gar eines Atoms Gültigkeit besitzen, wir müssen uns dennoch entschließen, sie als eine unberechtigte Extrapolation aufzufassen und im Gegenteil annehmen, daß die Anzahl der für die Wahrscheinlichkeit W maßgebenden Freiheitsgrade innerhalb eines Moleküls kleiner, oft viel kleiner ist, als die Anzahl der Bestandteile des Moleküls. Das kann nur geschehen, wenn wir uns eine von der früheren radikal verschiedene Vorstellung von den intramolekularen Vorgängen bilden, indem wir eine neue Hypothese ersinnen, welche die Bedeutung hat, die Anzahl der im Innern eines Moleküls möglichen verschiedenartigen Zustände ganz erheblich einzuschränken. Die Prüfung einer solchen Hypothese kann, eben weil es sich hier um etwas absolut Neues handelt, ausschließlich a posteriori, an der Hand der Erfahrung, erfolgen. Im übrigen ist jede Hypothese zulässig, welche nicht bekannten Gesetzen der Physik widerspricht. Da wir aber bis jetzt noch so ungeheuer wenig von den Vorgängen innerhalb eines Moleküls wissen, so bleibt hier immerhin noch reichlich Raum für das Spiel der Phantasie.

Eine derartige Hypothese nun, welche die Anzahl der Freiheitsgrade im Innern eines Moleküls entsprechend herabsetzt, ist die Annahme, daß die innerhalb eines Moleküls stattfindenden schnellen Schwingungen, welche die Absorption und Emission von strahlender Wärme bewirken, nicht jede beliebige Energie besitzen können, sondern daß ihre Energie notwendig ein ganzes Vielfaches eines durch die Schwin-

gungszahl bestimmten endlichen Energiequantums ε ist. Diese Hypothese liefert als Wahrscheinlichkeit dafür, daß N Moleküle die Energie U besitzen, den Ausdruck

$$W = \frac{\left(\frac{U}{N\varepsilon}+1\right)^{\frac{U}{\varepsilon}+N}}{\left(\frac{U}{N\varepsilon}\right)^{\frac{U}{\varepsilon}}}$$

und dadurch nach Gleichung (1) für die Beziehung zwischen der Energie U und der Temperatur T:

$$U = \frac{N\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}}-1}.$$

Da sich aus diesem Ausdruck die Intensität der monochromatischen Wärmestrahlung von entsprechender Schwingungszahl direkt berechnen läßt, so ergibt sich eine Prüfung desselben durch den Vergleich mit den experimentell festgestellten Gesetzen der Energieverteilung im Normalspektrum der Wärmestrahlung. Die Erfahrung hat bisher nach allen Richtungen Übereinstimmung ergeben, falls ε proportional der Schwingungszahl ν gesetzt wird: $\varepsilon = h\nu$, wobei

$$h = 6{,}55 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec}$$

und

$$k = 1{,}346 \cdot 10^{-16} \text{ erg/grad}.$$

Man sieht: Von gleichmäßiger Energieverteilung ist hier nicht die Rede; denn in zwei Molekülen von verschiedenen Schwingungszahlen ν sind die mittleren Energien bei der nämlichen Temperatur ganz verschieden. Nur wenn das Energieelement ε sehr klein wird, d. h. für sehr langsame Schwingungen, oder wenn die Temperatur T sehr groß wird, erhalten wir $U = NkT$, und somit denjenigen Zusammenhang zwischen Energie und Temperatur, der sich aus dem Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung bei der Annahme von zwei Freiheitsgraden (für die kinetische und potentielle Energie) ergibt. Im allgemeinen ist aber das Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung durchbrochen, und die Temperatur liefert durchaus nicht immer ein Maß für die mittlere Energie eines Moleküls.

A. Einstein hat die weitere Annahme eingeführt, daß in festen Körpern die Schwingungsenergie U der Moleküle, wegen der drei möglichen Schwingungsrichtungen im Raume noch mit dem Zahlenfaktor 3 multipliziert, zugleich die gesamte Wärmeenergie des Körpers darstellt, und W. Nernst hat die sich aus dieser Annahme ergebende charakteristische Formel für die spezifische Wärme durch Messungen bei tiefen Temperaturen geprüft und im wesentlichen bestätigt gefunden, wodurch die Hypothese der Energiequanten eine neue starke Stütze erhielt. —

Trotz der bisherigen guten Bestätigung durch die Erfahrung halte ich aber doch die Hypothese in der vorstehenden Form noch für verbesserungsbedürftig. Denn die Annahme, daß die Schwingungsenergie U ein ganzes Vielfaches von ε ist, führt zu der Folgerung, daß das Molekül seine Schwingungsenergie nur sprungweise ändern kann, und es ist sehr schwer, wenn nicht unmöglich, zu verstehen, wie das Molekül aus der auffallenden Strahlung plötzlich ein volles Energiequantum ε absorbieren kann, da doch zur Absorption einer endlichen Energiemenge aus einer Strahlung von endlicher Intensität jedenfalls eine endliche Zeit gehört.

Es scheint mir daher notwendig, die Quantenhypothese dahin abzuändern, daß nur die Emission der Energie sprungweise, nach ganzen Energiequanten ε und nach den Gesetzen des Zufalls erfolgt, die Absorption dagegen vollkommen stetig verläuft. Doch kann ich auf diesen Punkt hier nicht näher eingehen.

Wenn es zugunsten einer Hypothese spricht, daß sie nicht nur in den Fällen, für welche sie gemacht ist, sondern auch noch darüber hinaus Nutzen stiftet, so wird man immerhin der Hypothese der „Quantenemission“ vorläufig wohlwollend entgegenkommen. Denn die Annahme, daß ein Molekül seine Schwingungsenergie nur nach bestimmten Quanten ε emittiert, sei es als reine Energiestrahlung, wie in den Wärmestrahlen, den Röntgenstrahlen, den γ-Strahlen, oder als korpuskulare Strahlung, wie in den Kathodenstrahlen, den α- und β-Strahlen, hat sich einstweilen nicht nur für die Gesetze der Wärmestrahlung bewährt, sondern sie hat auch zu einer sehr genauen Methode der Berechnung der Elementarquanta von Elektrizität und Materie geführt, sie hat den Schlüssel zum Verständnis des Nernstschen Wärmetheorems geliefert, und sie scheint auch für die Emission von Kathodenstrahlen, z. B. im Photoeffekt, ja sogar für die ans Wunderbare grenzenden radioaktiven Phänomene, mit denen die Namen Becquerel, Curie und Rutherford für immer verknüpft sind, eine grundsätzliche Bedeutung zu besitzen.

Ob nun mit der Hypothese der Quantenemission wirklich die „ganze“ Wahrheit enthüllt ist? Dies behaupten zu wollen, wäre ebenso vermessen wie kurzsichtig. Aber ich glaube immerhin, daß diese Hypothese der Wahrheit näher kommt, als die der gleichmäßigen Energieverteilung, welche in ihrem Lichte nur als spezieller Fall erscheint, und das ist wohl alles, was man billigerweise von einer neuen Hypothese verlangen kann. Das endgültige Urteil über ihren Wert wird freilich, wie in jeder physikalischen Frage, das Experiment zu sprechen haben.

(Eingegangen 1. Juni 1911.)

Tagesereignisse.

51. Versammlung Deutscher Philologen und Schulmänner vom 3. bis 6. Oktober 1911 in Posen. Von den angemeldeten Vorträgen erwähnen wir: Prof. Dr. W. Bermbach (Cöln): Die Bindung des Luftstickstoffs in Natur und Technik; Prof. Dr. K. Färber (Berlin): Über den Zahlbegriff in Lehrbüchern und im Unterricht; Prof. Dr. P. Spies (Posen): Über flüssigen Wasserstoff.

Königliche Akademie zu Posen. Naturwissenschaftlicher Fortbildungskursus für Oberlehrer vom 7. bis 14. Oktober 1911, darunter: Prof. Dr. Spies und Mechaniker Naumann: Täglich 2 Stunden technische Übungen in der Werkstätte (Metallbearbeitung, Glasblasen); Prof. Dr. Spies: Messende Unterrichtsversuche aus der Mechanik und Akustik, 6 Stunden; derselbe: Neuere Versuche vornehmlich aus dem Gebiete des Hochfrequenzstromes, 4 Stunden; Prof. Dr. Wörner: Chemische Übungen (Zusammenstellung und Anwendung einfacher Apparate für den Unterricht in der anorganischen Experimentalchemie), 10 Stunden; Prof. Dr. Spies: Besuch des städtischen Elektrizitätswerkes.

Jacobus Henricus Van't Hoff. Ein Komitee, dem Gelehrte aller Länder unter dem Ehrenvorsitz von H. A. Lorentz, Präsident der Math. Naturwiss. Abteilung der Akademie der Wissenschaften in Amsterdam, angehören, veröffentlicht einen Aufruf zur Errichtung eines Denkmals für J. H. Van't Hoff in Amsterdam und einer Van't Hoff-Stiftung zur Förderung der Chemie im weitesten Sinne des Wortes. Nähere Mitteilungen sind von Dr. A. H. W. Aten, Weesperzijde 98 in Amsterdam, zu erhalten.

Bei der Bergakademie in Freiberg ist eine **Stelle für Radiumforschung** errichtet worden, die die Bezeichnung führt: „Hüttenmännisches Institut der Kgl. Bergakademie Freiberg, Abteilung Radiumforschung." Vorstand dieser Stelle ist Professor Schiffner, als Assistent ist Dr.-Ing. Weidig angestellt und im besonderen mit der Durchforschung des Königreichs Sachsen auf radioaktive Wässer und Mineralien beauftragt worden. — Die Stelle erstattet in Radiumfragen dem Kgl. Bergamte die benötigten Gutachten. Arbeiten und Gutachten für andere Stellen und für Private kann die Abteilung für Radiumforschung nach eingeholter Genehmigung des Sächsischen Finanzministeriums übernehmen.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: Der frühere ord. Professor an der Forstakademie Aschaffenburg Dr. Ludwig Schleiermacher an der Technischen Hochschule Darmstadt für reine und angewandte Mathematik, an der Universität München Dr. Kurt Meyer für Photochemie, an der Universität Halle Dr. Albert Wigand für Physik und Physikalische Chemie, an der Technischen Hochschule Budapest Dr. Paul Scheitz für anorganisch-chemische Analyse und Dr. Michael Buk für Nahrungsmittelchemie, an der Universität Göttingen Dr. Rudolf Schimmack für Didaktik der mathematischen Wissenschaften und Dr. Horst v. Sanden für angewandte Mathematik, an der Technischen Hochschule Darmstadt Professor Dr. P. Friedlaender für organische Chemie und organisch-chemische Technologie.

Ernannt: Der Fabrikschemiker zu Iwanowo Woznessensk in Rußland Dr. Karl Dziewonski zum ord. Professor der Chemie an der Universität Krakau, beim Geodätischen Institut zu Potsdam der Observator Professor Dr. Andreas Galle zum Abteilungsvorsteher und der wissenschaftliche Hilfsarbeiter Dr. Wilhelm Schweydar zum Observator, der a. o. Professor an der Technischen Hochschule Braunschweig Dr. Emil Baur zum ord. Professor der physikalischen Chemie an der Technischen Hochschule Zürich, der Direktor der A.-G. Mix & Genest-Berlin Dr. Rudolph Franke zum ord. Professor für Schwachstromtechnik an der Technischen Hochschule Berlin, Dr. George S. Mosler zum ord. Professor der Physik an der Cornell-Universität in Ithaca, der ord. Professor der Chemie an der Technischen Hochschule Breslau Dr. Rud. Schenck zum Honorarprofessor an der Universität daselbst.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Mathematik an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Richard Fuchs und dem Privatdozenten für darstellende Geometrie ebenda Dr. Erich Salkowski der Titel Professor, dem ord. Professor für theoretische Physik an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. August Schleiermacher der Titel Geh. Hofrat.

Vom Lehramt zurück: Der a. o. Professor der physiologischen Chemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Reginald O. Herzog (behufs Übernahme der Leitung eines großen Fabriklaboratoriums), der Direktor der deutschen Seewarte in Hamburg Kontre-Admiral a. D. Herz, der ord. Professor für Chemie an der South Dakota School of Mines Rapid City Dr. C. F. Mabery.

Gestorben: Der ord. Professor der anorganischen Chemie und Leiter des Chemischen Laboratoriums an der Universität Coimbra Dr. Francisco José de Sousa Gomez, der Chemiker Dr. Karl Jene in Frankfurt a. M., der frühere Professor der Naturphilosophie an der Queens University Irland Dr. G. Johnstone Stoney, der Professor der analytischen und organischen Chemie im Massachusetts College der Pharmazie Dr. Julian W. Baird, der Professor für Agrikulturchemie am Rutgers College in New Brunswick Dr. Edward Burnett Voorhoes.

Gesuche.

Assistent

zum 1. Oktober d. J. für das Physikalische Institut der Technischen Hochschule in Braunschweig **gesucht.** Bewerbungen nach dort erbeten.

Physiker

mit abgeschlossener Hochschulbildung und praktischer Veranlagung **sucht** sofort oder später Engagement. Zuschriften an die Expedition dieses Blattes unter **S. H. 352** erbeten.

Dr. phil. Physik u. Mathematik

sucht Stelle als Assistent, wissenschaftl. Hilfsarbeiter oder Bibliothekar an phys. Institut, in physik. Verein oder an naturwissenschaftlicher Bibliothek. Mitteilungen erbeten unter **J. H. 14632** durch **Rudolf Mosse, Berlin SW.**

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Have
other
vols